

第2章 大規模計量経済モデルの解法

2-1 はじめに

本章では、計量経済モデルを解くためのいくつかの方法について比較する。ここで扱う方法は、(1) ガウス・ザイデル法 (Gauss・Seidel method), (2) ニュートン法 (Newton method), (3) 簡易ニュートン法 (Simplified Newton method) である。

計量経済モデルの解法としては、一般にガウス・ザイデル法が用いられ、ニュートン法のような非線型連立方程式体系を解くための古典的な解法は、大規模計量経済モデルの解法として利用することはできないと考えられている。事実、ガウス・ザイデル法は計量経済モデルを解くための方法として比較的簡単であり、世界経済モデルのような大規模計量経済モデルの解法としても十分実用に耐えられることが実証されている。しかしながら、ガウス・ザイデル法を用いるために生ずるいくつかの問題点のために、モデルの開発に大きな制約が課せられていることも事実であり、ガウス・ザイデル法を用いて解くことのできないモデルは排除されることが多い。このような問題点の第1は、解が存在するモデルであるにもかかわらず、ガウス・ザイデル法では解くことのできない場合があることである。いま、2本の簡単なモデルについて考える。

$$\left. \begin{array}{l} y=f(x) \\ x=g(y) \end{array} \right\} \quad (2.1)$$

このモデルの場合、ガウス・ザイデル法では次のように逐次代入を繰り返すことにより解を求める。 (y^k, x^k) を k 回目の逐次代入解とすれば、 $k+1$ 回目の逐次代入解は次のようになる。

$$\left. \begin{array}{l} y^{k+1}=f(x^k) \\ x^{k+1}=g(y^{k+1}) \end{array} \right\} \quad (2.2)$$

ここで、モデルが図2.1および図2.2で示され

図2.1 周期解の発生

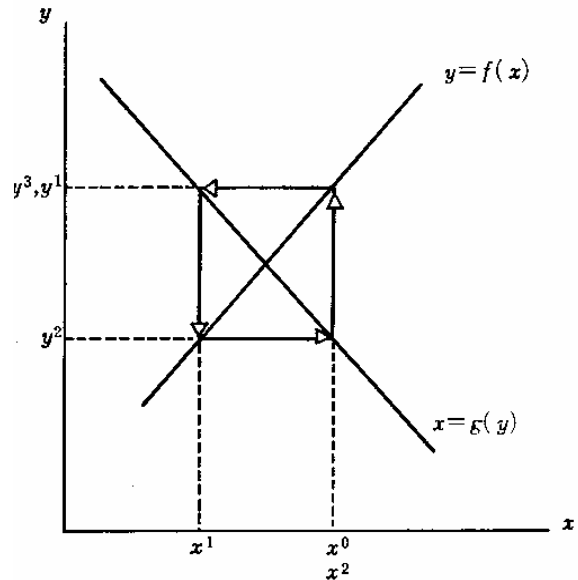
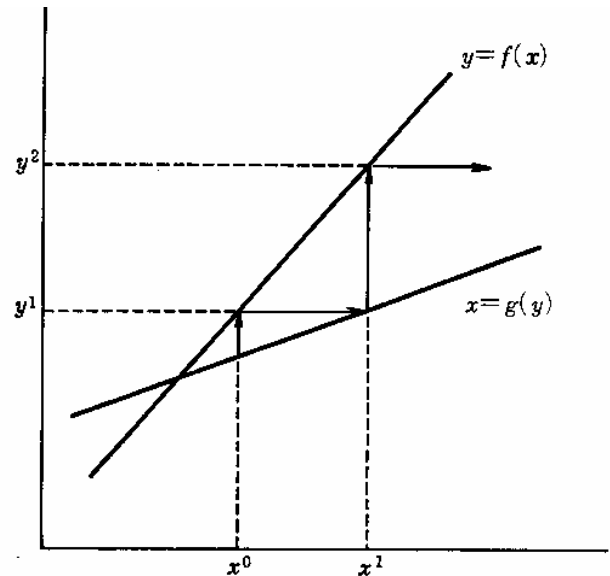


図2.2 解の発散



る場合には解を求めることができない。図2.1の場合には、逐次代入解が一定の周期で循環してしまう。このような状況が生ずる場合の措置は比較的簡単である。一般には弛緩係数 (relaxation factor) を変化させる。すなわち、 $k+1$ 回目の逐次代入解を以下のようにして計算する。

$$\left. \begin{aligned} y^{k+1} &= f(x^{k-1} + w_x^k \cdot (x^k - x^{k-1})) \\ x^{k+1} &= g(y^k + w_y^{k+1} (y^{k+1} - y^k)) \end{aligned} \right\} \quad (2.3)$$

弛緩係数 w は変数ごとあるいは反復ごとに变化させる。通常ガウス・ザイデル法では $w = 1$ として扱われる^(注)。一方、図2.2で示されるように解が発散する場合は、方程式で解かれる変数、すなわち方程式の左辺に現われる変数を入れ替える。これは一般に再規準化 (renormalize) とよばれる。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} y^{k+1} &= g^{-1}(x^k) \\ x^{k+1} &= f^{-1}(y^{k+1}) \end{aligned} \right\} \quad (2.4)$$

とすればよい。しかしながら、大規模計量経済モデルの場合に、どのような規則で再規準化する変数を選択するかという方法はない。通常は、ガウス・ザイデル法で解を求められないのは方程式の係数のどれかが異常な値を示すためと考えられており、そのような方程式を試行錯誤の再推定作業で発見するまで多くの時間が費やされる。この作業はモデルに対する非常に強い先験的制約である。第2の問題点は、ガウス・ザイデル法の逐次代入過程における収束の速さが、方程式の順序に大きく依存することである。一般に、前章の5節で指摘したような経済的因果順序に従う方程式順序であれば、ガウス・ザイデル法の収束も速いことが経験的に知られている。しかし、時には収束速度が著しく低下するような順序で方程式が組まれることがある。第3の問題点は、大規模計量経済モデルの解の精度を高めるために収束判定条件を厳しくすると、収束速度が著しく遅くなる性質である。特に、計量経済モデル最適制御に用いる場合には解の精度は重要となる。

一方、Nepomiatschy・Ravelli [1978], Mantell・Lasdon [1978], Gabay et al. [1980] らは、計量経済モデルにおける方程式と変数の

(注) このような反復解法は、一般にSOR (Successive over relaxation) 法とよばれる。線型モデルの場合、 $0 < w < 2$ が収束するための必要条件である。

関係が疎 (Sparse) であることを利用すれば、ニュートン法なども大規模計量経済モデルに用いることができ、ガウス・ザイデル法よりも効率的に解を求めることができることを示した。本章では、西独と日本のモデルについて、彼らの主張を実証する。

2-2 ガウス・ザイデル法

ガウス・ザイデル法は、線型連立方程式体系の解法に広く用いられている反復法の1つである。(Verga [1962]) この方法の非線型連立方程式体系への応用は、Bers [1953] によって最初に議論され、Schechter [1962] やOrtega・Rockoff [1966] らによる理論展開が行われた。この方法は前節で述べられているようないくつかの欠点はあるものの、計算手続が非常に簡単であるために、計量経済モデルの解法として最も多く用いられている。

いま、 G 本の方程式からなる非線型連立方程式体系を、

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= f_1(y_2, y_3, \dots, y_G) \\ y_2 &= f_2(y_1, y_3, \dots, y_G) \\ &\dots \\ y_G &= f_G(y_1, y_2, \dots, y_{G-1}) \end{aligned} \right\} \quad (2.5)$$

とする。ここで、 $y = (y_1, y_2, \dots, y_{G-1})'$ を内生変数ベクトルとする。ガウス・ザイデル法の k 回目の反復過程で、内生変数 y_i^k は、

$$\left. \begin{aligned} y_1^k &= f_1(y_2^{k-1}, y_3^{k-1}, \dots, y_G^{k-1}) \\ y_2^k &= f_2(y_1^k, y_3^{k-1}, \dots, y_G^{k-1}) \\ &\dots \\ y_G^k &= f_G(y_1^k, y_2^k, \dots, y_G^{k-1}) \end{aligned} \right\} \quad (2.6)$$

として計算される。ここで、(2.6) 式は解の収束過程を記述する方法としては適当でないため、解ベクトル $y^* = (y_1^*, y_2^*, \dots, y_G^*)$ の近傍で一次近似すると以下ようになる。

$$y_i^k = y_i^* + \sum_{j=1}^{i-1} \left(\frac{\partial f_i}{\partial y_j} \right)_{y_j=y_j^*} (y_j^k - y_j^*)$$

$$+ \sum_{j=i+1}^G \left(\frac{\partial f_i}{\partial y_j} \right)_{y_j=y_j^*} (y_j^{k-1} - y_j^*)$$

$$i=1,2,3,\dots,G \quad (2.7)$$

(2.7) 式を行列とベクトルで表わせば、

$$y^k - y^* = L(y^k - y^*) + U(y^{k-1} - y^*)$$

$$L)_{ij} = \begin{cases} \frac{\partial f_i}{\partial y_j} & (i > j) \\ 0 & (\text{その他}) \end{cases}$$

$$U)_{ij} = \begin{cases} \frac{\partial f_i}{\partial y_j} & (i < j) \\ 0 & (\text{その他}) \end{cases} \quad (2.8)$$

となる。ここで、 I を $(G \times G)$ の単位行列とすれば、 $L+U+I$ はヤコビアン行列となる。すなわち、

$$L+U+I = \begin{pmatrix} 1, & \frac{\partial f_1}{\partial y_2}, & \frac{\partial f_1}{\partial y_3}, & \dots, & \frac{\partial f_1}{\partial y_G} \\ \frac{\partial f_2}{\partial y_1}, & 1, & \frac{\partial f_2}{\partial y_3}, & \dots, & \frac{\partial f_2}{\partial y_G} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_G}{\partial y_1}, & \frac{\partial f_G}{\partial y_2}, & \frac{\partial f_G}{\partial y_3}, & \dots, & 1 \end{pmatrix}$$

である。(2.8) 式を解けば、

$$y^k - y^* = (I-L)^{-1} U(y^{k-1} - y^*)$$

$$= B(y^{k-1} - y^*) \quad (2.9)$$

となる。(2.9) 式については次の2点を指適することができる。

1. $I-L$ は下三角行列であり、逆行列が存在しそれを簡単に求めることができる。実際、行列 B の第 i 行を b_i とすれば、

$$b_1 = (U)_1$$

$$b_2 = (U)_2 + (L)_{21} b_1$$

$$\dots$$

$$b_G = (U)_G + \sum_{j=1}^{G-1} (L)_{Gj} b_j$$

ここで、 $(U)_i$ は行列 U の第 i 行、 $(L)_{ij}$ は行列 L の (i, j) 要素である。

2. もし行列 U の第 i 列がゼロベクトルであれば、行列 B の第 i 列もゼロベクトルとなる。すなわち、 i 番目の内生変数 y_i が、方程式 f_1 から f_{i-1} の右辺に現われない場合反復過程における y_i^k の解からの乖離

分 $y_i^k - y_i^*$ は、 $k+1$ 回目の反復計算における全ての内生変数 y^{k+1} の解ベクトルからの乖離分 $y^{k+1} - y^*$ に対して何の影響も与えない。行列 U の第 i 列がゼロベクトルとなるのは前章で述べたように y_i が非ループ変数である場合に相当する。したがって、ガウス・ザイデルの求解過程の分析は、ループ変数の変動を追跡するだけで十分であることがわかる。

定理1

ガウス・ザイデル法が収束するための必要十分条件は、(2.9) 式の行列 B の固有値のスペクトル半径 $\rho(B)$ が

$$\rho(B) < 1$$

となることである。

この収束定理は次のように証明される。まず、(2.9) 式をベクトル・ノルムを用いて

$$\|y^k - y^*\| = \|B(y^{k-1} - y^*)\|$$

$$\leq \|B\| \|y^{k-1} - y^*\| \quad (2.10)$$

とすることができる。いま、行列 B の固有値の絶対値の最大のものをスペクトル半径とよび、 $\rho(B)$ と表わせば、任意の $\varepsilon > 0$ に対して、

$$\|B\| \leq \rho(B) + \varepsilon \quad (2.11)$$

とすることができる。ガウス・ザイデル法の初期値 y^0 を所与とすれば、2.10式は

$$\|y^k - y^*\| \leq \|B\|^k \cdot \|y^0 - y^*\| \quad (2.12)$$

となる。この時、 $\lim_{k \rightarrow \infty} \|B\|^k = 0$ となるため

の必要十分条件は(2.11)より、 $\rho(B) < 1$ となる。 $\rho(B) < 1$ であれば、任意の y^0 に対して、

$$\lim_{k \rightarrow \infty} y^k = y^*$$

となる(証明終り)。

ガウス・ザイデル法における解の収束は $\rho(B)$ の大きさに依存する。しかし、行列 B は、

(2.9) 式から明らかなように方程式の順序および各方程式で決定される規準化変数(normalized variable)に依存する。したがって、 $\rho(B)$ が最小となるような方程式の順序付けの方法と規準化の方法が存在することが必要である。ところが、これは個々のモデルに特有な性質に依存

するところが多く、一般的な最適化のための方法は存在しない。

2-3 ニュートン法・簡易ニュートン法

ニュートン法および簡易ニュートン法は各方程式を特定の変数について解く規準化を必要としない解法である。いま、 G 本の方程式からなる非線型連立方程式体系を、陰関数を用いて表わす。

$$\left. \begin{aligned} g_1(y_1, y_2, \dots, y_G) &= 0 \\ g_2(y_1, y_2, \dots, y_G) &= 0 \\ \dots\dots\dots \\ g_G(y_1, y_2, \dots, y_G) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.13)$$

(2.13) 式は簡単に

$$\begin{aligned} G(y) &= 0 & (2.13)' \\ G &= (g_1, g_2, \dots, g_G)' \\ y &= (y_1, y_2, \dots, y_G)' \end{aligned}$$

と表わすことができる。

ニュートン法は、 k 回目の反復過程で、解を $y^k = y^{k-1} - G'(y^{k-1})^{-1} G(y^{k-1})$ (2.14) により修正する。ニュートン法が、各反復ごとにヤコビアン行列 $G' = \frac{\partial G}{\partial y}$ を計算するのに対し、簡易ニュートン法は、初期値 y^0 におけるヤコビアン行列のみを用いる。すなわち

$$y^k = y^{k-1} - G'(y^0)^{-1} G(y^{k-1}) \quad (2.15)$$

となる。図2.3と2.4は一変数の場合における解

図2.3 ニュートン法

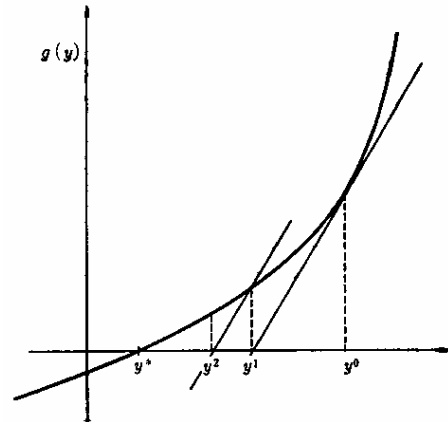
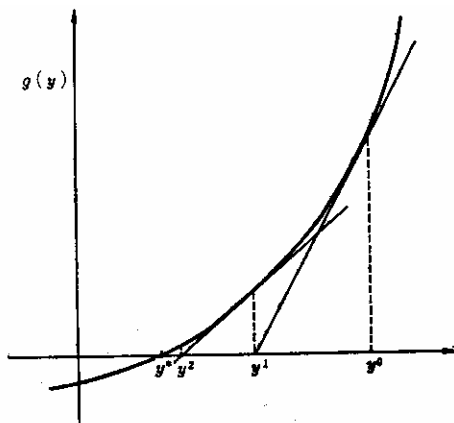


図2.4 簡易ニュートン法

の収束過程を示したものである。

簡易ニュートン法は、各反復ごとのヤコビアン行列の計算をする必要がないため、全体の計算量を削減することができるが、図から明らかのように収束の速度はニュートン法と比較して遅くなる。ニュートン法が収束するために必要な条件は、次の2つの定理から明らかとなる。
定理2

関数 $H(y)$ が次の2つの条件

- (i) $Y \in R^G$ であれば $H(y) \in R^G$
- ii) $\|H(y) - H(y')\| \leq L \cdot \|y - y'\|$
 $0 \leq L < 1, y, y' \in R^G$

をみたすとき $y = H(y)$ はただ一つの解 y^* を持ち、

$$y^k = H(y^{k-1}), k=1, 2, 3, \dots$$

で表わされる y^k は $y^* \rightarrow$ 収束する。

これは、縮小写像の定理として知られているものである。 $\{y^k\}$ が上の条件を満足するものであれば、

$$\begin{aligned} \|y^k - y^{k-1}\| &= \|H(y^k) - H(y^{k-1})\| \\ &\leq L \cdot \|y^k - y^{k-1}\| \quad (2.16) \end{aligned}$$

となる。さらに、任意の P について

$$\begin{aligned} \|y^{k+P} - y^{k-1}\| &\leq \sum_{i=0}^P \|y^{k+i} - y^{k+i-1}\| \\ &\leq (L^P + L^{P-1} + \dots + 1) \|y^k - y^{k-1}\| \\ &\leq \frac{L^P}{1-L} \|y^1 - y^0\| \quad (2.17) \end{aligned}$$

となる。したがって、任意の P について

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \|y^{k+p} - y^{k-1}\| = 0$$

となることから、 $\{y^k\}$ はコーシー収束することが分かる。次に、 $\lim_{k \rightarrow \infty} y^k = y^*$ とすれば、 y^* が、

$$y^* = H(y^*)$$

を満足することを示す。いま、

$$y^* - H(y^*) = y^* - y^k + H(y^{k-1}) - H(y^*) \quad (2.18)$$

とすれば、

$$\begin{aligned} \|y^* - H(y^*)\| &\leq \|y^* - y^k\| + \|H(y^{k-1}) - H(y^*)\| \\ &\leq \|y^* - y^k\| + L \cdot \|y^{k-1} - y^*\| \end{aligned} \quad (2.19)$$

となるが、(2.19)式の右辺は k を十分大きくすれば、任意に小さくすることができる。したがって

$$\|y^* - H(y^*)\| = 0$$

より

$$y^* = H(y^*)$$

となる (証明終り)。

定理3

関数 $H(y)$ を、 G 次元ベクトルから G 次元ベクトルへ変換する関数で、微分可能とする。この時、 $H'(y^*)$ のスペクトル半径が、 $\rho(H'(y^*)) < 1$ を満足すれば、 y^* の近傍における $y^k = 1, 2, 3$ について $y^k = H(y^{k-1})$ をみたす y^k は、 y^* へ収束する。

ノルムの性質から、任意の $\varepsilon > 0$ に対して

$$\|H'(y^*)\| \leq \rho(H'(y^*)) + \varepsilon \text{ となる。}$$

一方、 ε に対して、 $\|y - y^*\| < \delta$ となる δ が存在し、

$$\begin{aligned} \|H(y) - H(y^*) - H'(y^*)(y - y^*)\| \\ \leq \varepsilon \|y - y^*\| \quad (2.20) \end{aligned}$$

となる。したがって、

$$\begin{aligned} \|H(y) - H(y^*)\| &\leq (\|H'(y^*)\| + \varepsilon) \\ &\cdot \|y - y^*\| \\ &\leq (\rho(H'(y^*)) + 2\varepsilon) \\ &\cdot \|y - y^*\| \quad (2.21) \end{aligned}$$

となる。ここで、 $\rho(H'(y^*)) < 1$ であるから、 ε を小さくとれば、

$$\rho(H'(y^*)) + 2\varepsilon < 1$$

とすることができる。したがって、定理2の条件を満し、 $y^k = H(y^{k-1})$ は、 $y^* = H(y^*)$ を満足する y^* へ収束する (証明終り)。

ニュートン法において(2.14)式を考慮して、関数 $H(y)$ を、

$$H(y) = y - G'(y)^{-1}G(y) \quad (2.22)$$

と定義すると、次式が成り立つ。

$$H'(y) = G'(y)^{-2}G''(y)G(y) \quad (2.23)$$

いま $y^* = H(y^*)$ となる y^* を考えれば(2.22)式より $G(y^*) = 0$ となり、 y^* は解となる。この時

$$\begin{aligned} H'(y^*) &= G'(y^*)^{-2}G''(y^*)G(y^*) \\ &= 0 \end{aligned} \quad (2.24)$$

となり $\rho(H'(y^*)) = 0 < 1$ より、解 y^* の近傍におけるローカルな領域においては定理3の条件が満足されていることが分かる。すなわち、ニュートン法は解の近傍における収束が保証されている方法である。

一方、簡易ニュートン法においては

$$H'(y^*) = I - G'(y^0)^{-1}G'(y^*) \quad (2.25)$$

となり、 $\rho(I - G'(y^0)^{-1}G'(y^*)) < 1$ が収束のための必要十分条件となる。したがって収束解の保証されない場合もある。

次に、ニュートン法と簡易ニュートン法を用いる際の反復過程における計算法について述べる。 k 回目の反復過程においてニュートン法は、

$$G'(y^{k-1})(y - y^{k-1}) = -G'(y^{k-1}) \quad (2.26)$$

簡易ニュートン法は

$$G'(y^0)(y - y^{k-1}) = -G'(y^{k-1}) \quad (2.27)$$

で表わされる G 本の線型連立方程式を y について解き、その解を y^k とする。大規模計量経済モデルにおいては、(2.26)式あるいは(2.27)式の連立方程式体系を解くために特別な考慮が必要であることを第1章の構造解析で述べた。それは、連立方程式の係数行列である $G'(y^{k-1})$ あるいは $G'(y^0)$ が非常に疎(sparse)であるという事実である。この場合、あらかじめ方程式

体系の構造を分析し、ブロック三角化やフィルインの最小化により計算量を著しく軽減させることができる。

前章において、西独モデルや日本モデルも図1.5で示されるような4つのブロックに分割されることが実証された。その4つのブロックとは、プロローグ、コア、ループ、エピローグである。これらのブロックのなかで、前方三角ブロックと後方三角ブロックに対応するプロローグとエピローグの各ブロックは、変数の決定が逐次になされており、単純な逐次代入法を用いて解くことができる。したがって、(2.26)式あるいは(2.27)式で表わされる連立方程式体系が、構造分析により再構成された体系であるならば、プロローグとエピローグの各ブロックを、中間ブロックとは独立に解くことにより効率を高めることができる。以下では、ニュートン法および簡易ニュートン法を中間ブロックに限定して適用するが、それにより一般性は失われない。

前章の分析結果によれば、(2.26)式あるいは(2.27)式は、西独モデルで71本、日本モデルで113本の連立方程式体系となる。さらに、構造分析の結果によれば、これらの連立方程式体系はコアとループの各ブロックに分割されるが、その性質を利用すれば計算量の軽減が可能となる。いま、連立方程式体系を、

$$g_i(y_1, y_2, \dots, y_i, y_{m+1}, y_{m+2}, \dots, y_{m+l})=0 \quad i=1,2,3, \dots, m \quad (2.28)$$

$$g_i(y_1, y_2, \dots, y_m, y_{m+1}, y_{m+2}, \dots, y_{m+l})=0 \quad i=m+1, m+2, \dots, m+l \quad (2.29)$$

とする。(2.28)式はコアブロック、(2.29)式はループブロックに対応する方程式である。さらに(2.28)式を y_i について規準化して表わせば、

$$y_i=f_i(y_1, y_2, \dots, y_{i-1}, y_{m+1}, y_{m+2}, \dots, y_{m+l}) \quad i=1,2,3, \dots, m \quad (2.28)'$$

とすることができる。(2.28)'式と(2.29)式をベクトル関数で表わせば、

$$\left. \begin{aligned} y^c &= f^c(y^c, y^l) \\ g^l(y^c, y^l) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.30)$$

$$y^c = (y_1, y_2, \dots, y_m)'$$

$$y^l = (y_{m+1}, y_{m+2}, \dots, y_{m+l})'$$

となる。 y^c はコア変数、 y^l はループ変数である。 y^l を所与とすれば、 y^c は逐次体系となっているために代入法を用いて簡単に解くことができる。したがって

$$y^c = y^c(y^l) \quad (2.31)$$

とすることができる。この関係を用いれば、

$$g^l(y^c, y^l) = g^l(y^c(y^l), y^l) = \phi(y^l) = 0 \quad (2.32)$$

となる。(2.32)式は、 l 本の方程式からなる非線型の連立方程式体系である。以上により、

(2.32)式が y^l について解かれれば、大規模モデル(2.13)全体の解を容易に得ることができる。そこで、以下においては(2.32)式をループ変数 y^l について解くことを考える。この場合、ニュートン法の反復過程は、

$$y^{l, k} = y^{l, k-1} - \phi'(y^{l, k-1})^{-1} \phi(y^{l, k-1}) \quad (2.33)$$

簡易ニュートン法の反復過程は、

$$y^{l, k} = y^{l, k-1} - \phi'(y^{l, 0})^{-1} \phi(y^{l, k-1})$$

となる。ここで関数 ϕ のヤコビアン行列 $\phi'(y^l)$ が得られれば、反復計算を実行することができる。

ヤコビアン行列を代数的に解くには、以下のようによればよい。まず

$$\phi'(y^l) \equiv \frac{\partial \phi}{\partial y^l} = \frac{\partial g^l}{\partial y^c} \frac{\partial y^c}{\partial y^l} + \frac{\partial g^l}{\partial y^l} \quad (2.34)$$

が成り立つ。また(2.30)式より、次式を得る。

$$\frac{\partial y^c}{\partial y^l} = \frac{\partial f^c}{\partial y^c} \frac{\partial y^c}{\partial y^l} + \frac{\partial f^c}{\partial y^l} \quad (2.35)$$

となる。(2.34)式と(2.35)式から、

$$\frac{\partial \phi}{\partial y^l} = \frac{\partial g^l}{\partial y^c} \left(I_m - \frac{\partial f^c}{\partial y^c} \right)^{-1} \frac{\partial f^c}{\partial y^l} + \frac{\partial g^l}{\partial y^l} \quad (2.36)$$

となる。

ここで関数 ϕ のヤコビアン行列の計算に必要なものは、

$$\frac{\partial f^c}{\partial y^c}, \frac{\partial f^c}{\partial y^l}, \frac{\partial g^l}{\partial y^c}, \frac{\partial g^l}{\partial y^l}$$

であるが、関数 f^c 、 g^l が所与であるから、こ

れらは簡単にもとめることができる。
さらに

$$I_m - \frac{\partial f^c}{\partial y^c}]^{-1} \frac{\partial f^c}{\partial y^\ell} \quad (2.37)$$

は、(2.35) 式を $\frac{\partial y^c}{\partial y^\ell}$ について解いたものである

が、 $I_m - \frac{\partial f^c}{\partial y^c}]$ が下三角行列であるために、

(2.35) 式から簡単な代入法でもとめることができる。

関数 ϕ のヤコビアン行列は以下のような数値微分の方法によっても計算することができる。

この時、ヤコビアン行列の (i, j) 要素は、次式により計算される^(注)。

$$\frac{\partial \phi_i}{\partial y_{m+j}} = \frac{1}{h_j} \left\{ \phi_i(y_{m+1}, \dots, y_{m+j} + h_j, \dots, y_{m+\ell}) - \phi_i(y_{m+1}, \dots, y_{m+j}, \dots, y_{m+\ell}) \right\} \quad (i, j=1, 2, \dots, \ell) \quad (2.38)$$

ここで、

$$y_k = f_k(y_1, \dots, y_{k-1}, y_{m+1}, y_{m+2}, \dots, y_{m+\ell}) \quad (k=1, 2, \dots, m)$$

$$\phi_i(y^\ell) = y_i - f_i(y_1, \dots, y_m, y_{m+1}, \dots, y_{m+\ell}) \quad (i=m+1, m+2, \dots, m+\ell)$$

本章における数値実験は (2.38) 式による。

2-4 モデル解法への応用

本節では、(1) ガウス・ザイデル法、(2) ニュートン法、(3) 簡易ニュートン法の各手法を用いて、前章の構造解析の分析対象に用いた西独と

(注) 数値微分をより正確に求めるためには

$$\frac{\partial \phi_i}{\partial y_{m+j}} = \frac{1}{2h_j} \left\{ \phi_i(y_{m+1}, \dots, y_{m+j} + h_j, \dots, y_{m+\ell}) - \phi_i(y_{m+1}, \dots, y_{m+j} - h_j, \dots, y_{m+\ell}) \right\}$$

とする方が望ましい。しかし、この場合に (2.38) 式を2回づつ計算することが必要であり、その分計算時間を必要とける。

今回の実験では、 $h_j = y_j / 1000$ としている。

日本のモデルを実際に解き比較検討する。さらに、モデル解法における構造解析の有用性を評価するために、西独と日本の個々のモデルについて、以下の三つのモデルを対象とする。

- (i) 構造解析を行なわないモデル。
- (ii) 前方三角化と後方三角化のみを行い中間ブロックについては構造解析を行なわないモデル。
- (iii) 前方三角化と後方三角化を行ない、中間ブロックをコアブロックとループブロックに分割したモデル。

(i) は、図1.6と1.7の構造を示すモデルであり、以下では標準モデルとよぶ。(ii) においては、構造解析の手法にかかわらず、中間ブロックと非中間ブロックに属する変数グループは同一である。中間ブロックの大きさは、西独モデルで71本、日本モデルで113本の連立方程式体系である。(iii) は、構造解析の手法によりループ変数の個数が異なる。そこで、本節では、西独モデルについてはStewardの結果を用いループ変数10個を選択する。一方、日本モデルについてはNepomiastchy・Ravelliの結果を用いループ変数16固を選択する。以下では、(ii) をブロック化モデル、(iii) をループ化モデルとよぶ。ブロック化モデルとループ化モデルの解法に際しては、前方三角化ブロック、すなわちプロローグブロックを逐次的に解き、次いで中間ブロック

表2.1 モデル別方程式数

	標準モデル	ブロック化モデル	ループ化モデル
西独モデル	84	1	1
		71	61
		12	10
日本モデル	152	14	14
		113	97
		25	16
		25	25

を各解法の手続に従って解く。最後に後方三角化ブロック，すなわちエピローグブロックを逐次的に解く。本節で用いる計算量は，全ての内生変数の解が確定するまでに必要とされる量を意味する。各モデルごとの方程式の本数は，表2.1に示される。

モデルの各方程式は全て特定の変数について規準化され，ガウス・ザイデル法，ニュートン法，簡易ニュートン法で共通に用いられる。その表現形式は，

$$y_i = f_i(y_1, y_2, \dots, y_{i-1}, y_{i+1}, \dots, y_G) \quad i=1, 2, 3, \dots, G \quad (2.39)$$

である。したがって，ニュートン法，簡易ニュートン法で必要とされるヤコビアン行列は，まず数値微分を用いて

$i \neq j$ の場合

$$\frac{\partial f_i}{\partial y_j} = \frac{1}{h_j} [f_i(y_1, y_2, \dots, y_j + h_j, \dots, y_G) - f_i(y_1, y_2, \dots, y_j, \dots, y_G)] \quad i, j=1, 2, 3, \dots, G \quad (2.40)$$

$i = j$ の場合

$$\frac{\partial f_i}{\partial y_i} = 1 \quad i=1, 2, 3, \dots, G \quad (2.41)$$

が計算される。したがってヤコビアン行列は，

$$\left(\frac{\partial G}{\partial y}\right)_{ij} = \delta_{ij} - (1 - \delta_{ij}) \frac{\partial f_i}{\partial y_j} \quad (2.42)$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & i=j \\ 0 & i \neq j \end{cases}$$

として求めることができる。

標準モデルとブロック化モデルにニュートン法，簡易ニュートン法を用いる場合，西独モデルでは， 84×84 あるいは 71×71 の次元を持つ行列，日本モデルでは， 152×152 あるいは 113×113 の次元を持つ行列からなる連立方程式体系を解く必要がある。本節では，LU分解に基づくDoolittleの手法を用いて解いている。

収束の判定は次の式による。

$$\left| \frac{y_i^k - y_i^{k-1}}{1 + y_i^{k-1}} \right| < 1.0 \times 10^{-8} \quad (2.43)$$

ここで， y_i^k は内生変数 y_i の k 回目の反復過程で得られる値である。本節では， $k=4, 6, 8$ の3通りについて解法およびモデルごとの計算量の大きさを比較する。また，モデルの構造に応じて収束判定に用いる変数は異なる。すなわち，標準モデルの場合は全ての変数，ブロック化モデルの場合は中間ブロックに属する変数，ループ化モデルの場合はループ変数について各々収束判定を行なう。

解法は，75年第I四半期から79年第IV四半期までの20期間について行なうが，各期ごとの先決変数（先決内生変数+外生変数）は全て実績値が用いられる。

表2.2 西独モデルでの比較

	10^{-4}			10^{-6}			10^{-8}		
	G法	N法	S法	G法	N法	S法	G法	N法	S法
標準モデル	27.0 (1,514)	3.1 (22,530)	3.9 (7,872)	38.0 (2,112)	4.0 (28,699)	4.8 (8,020)	48.2 (2,625)	4.1 (29,416)	5.8 (8,157)
ブロック化モデル	26.1 (1,422)	3.1 (16,046)	3.9 (5,732)	37.4 (2,003)	3.9 (20,164)	4.8 (5,875)	47.9 (2,517)	4.1 (20,934)	5.8 (6,033)
ループ化モデル	14.7 (847)	3.3 (2,446)	3.3 (944)	20.5 (1,142)	4.7 (3,487)	4.7 (1,024)	26.0 (1,439)	6.0 (4,359)	6.1 (1,108)

- (注) 1. $10^{-4}, 10^{-6}, 10^{-8}$ は収束判定条件を示す。
 2. G法はガウス・ザイデル法，N法はニュートン法，S法は簡易ニュートン法である。
 3. 上段は反復回数の平均，下段の()内は，収束に要した計算時間(CPU：ミリ秒)の総量

表2.3 日本モデルでの比較

	10^{-4}			10^{-6}			10^{-8}		
	G 法	N 法	S 法	G 法	N 法	S 法	G 法	N 法	S 法
標準モデル	16.3 (1,641)	3.4 (108,299)	4.3 (33,552)	21.4 (2,160)	4.1 (129,543)	5.5 (33,938)	27.1 (2,688)	4.8 (152,228)	6.5 (34,394)
ブロック化モデル	14.5 (1,397)	3.2 (49,144)	4.3 (16,410)	20.0 (1,847)	4.0 (61,604)	5.3 (16,842)	25.5 (2,297)	4.6 (70,526)	6.3 (17,165)
ループ化モデル	10.8 (1,060)	3.0 (4,103)	3.0 (1,665)	15.3 (1,456)	3.0 (4,269)	3.7 (1,755)	19.3 (1,846)	3.3 (4,606)	4.6 (1,834)

表2.4 西独モデル

—ガウス・ザイデル法—

収束条件 モデル区分	10^{-4}			10^{-6}			10^{-8}		
	S	B	L	S	B	L	S	B	L
75 1	30	30	17	40	40	23	47	47	25
2	25	24	14	35	35	20	46	45	26
3	25	25	15	36	36	21	46	46	26
4	27	22	13	37	33	19	44	43	25
76 1	26	26	14	36	36	19	47	47	26
2	25	25	15	39	39	22	49	49	26
3	31	31	16	41	41	23	51	51	27
4	26	26	16	40	40	21	50	50	28
77 1	25	25	13	35	35	20	46	46	24
2	26	26	13	36	36	19	47	47	25
3	24	24	14	35	35	19	45	45	26
4	28	24	14	45	37	20	52	48	26
78 1	24	24	11	35	35	17	45	45	23
2	27	27	14	37	37	18	50	50	25
3	26	26	16	36	36	20	49	49	27
4	26	26	15	37	37	21	47	47	27
79 1	26	26	16	39	39	21	50	50	28
2	30	30	17	44	44	24	54	54	28
3	30	30	17	40	40	23	50	50	28
4	25	25	13	37	37	20	48	48	24
平均イタレーション回数	27.0	26.1	14.7	38.0	37.4	20.5	48.2	47.9	26.0
CPUタイム (ms)	1,514	1,422	847	2,112	2,003	1,142	2,625	2,517	1,439

(注) モデル区分で、S は標準モデル、B はブロック化モデル、L はループ化モデルである。

CPU時間の単位はミリ秒

大規模計量経済モデルの構造解析・解法・推定について

各解法の反復計算を始める際には、変数について何らかの初期値を必要とする。ただし、初期値を必要とする変数はモデルの構造に依存する。標準モデルでは、モデルの構造に関する先験的情報がないため、全ての変数について初期値を与える必要がある。

一方、ブロック化モデルでは、プロログとエピログの各ブロックに属する変数については初期値を必要としないが、中間ブロックの構造に関する先験的情報がないため、そのブロックに属する変数については初期値が必要となる。ループ化モデルの場合は、初期値を与える変数はループブロックに属する変数だけでよ

く、他のモデルと異なり必要とされる初期値の数は著しく少ない。なお、本節では初期値としては全て実績値を用いている。

計算機は富士通FACOM M-200システムで行ない、用いた言語はFORTRAN HEである。なお、実数については全て倍精度として扱い処理している。

表2.2と表2.3は実験の結果を要約したものである。なお、各期において解法に要した反復の回数は表2.4~2.9に示される。実験結果から得られる結論は次の通りである。

1. 構造解析と反復回数

ガウス・ザイデル法では、構造解析によ

表2.5 西 独 モ デ ル

—ニュートン法—

収 束 条 件 モ デ ル 区 分	10^{-4}			10^{-6}			10^{-8}		
	S	B	L	S	B	L	S	B	L
75 1	4	4	4	4	4	5	4	4	6
2	3	3	3	4	4	4	4	4	6
3	3	3	4	4	4	5	4	4	7
4	3	3	4	4	3	5	4	4	6
76 1	3	3	3	4	4	5	4	4	6
2	3	3	4	4	4	5	4	4	6
3	3	3	3	4	4	5	4	4	6
4	3	3	3	3	3	4	4	4	6
77 1	3	3	3	4	4	5	4	4	5
2	3	3	3	4	4	4	4	4	6
3	3	3	3	4	4	5	4	4	6
4	3	3	4	4	4	5	4	4	6
78 1	3	3	4	4	4	5	4	4	6
2	3	3	3	4	4	4	4	4	6
3	3	3	3	4	4	4	4	4	6
4	3	3	2	4	4	4	4	4	6
79 1	3	3	3	4	4	5	4	4	6
2	4	4	3	4	4	5	5	5	6
3	3	3	3	4	4	4	4	4	6
4	3	3	3	4	4	5	4	4	6
平均イタレーション回数	3.1	3.1	3.3	4.0	3.9	4.7	4.1	4.1	6.0
CPUタイム (ms)	22,530	16,046	2,446	28,669	20,164	3,487	29,416	20,934	4,359

り、与える初期値を少なくなるようにモデルを再構成すれば、反復の回数は減少する。一方、ニュートン法や簡易ニュートン法では、構造解析により反復回数が必ずしも減少しない。

2. 構造解析と計算時間

ガウス・ザイデル法では、反復回数の減少により計算時間が少なくなる。

一方、ニュートン法と簡易ニュートン法では、ヤコビアン行列の計算に要する時間が著しく減少するため、全体としての計算時間が少なくなる。

3. 収束判定条件と計算量

ガウス・ザイデル法では、収束判定条件を厳しくすれば、反復回数が増大しそれに比例して計算時間も増加する

一方、ニュートン法と簡易ニュートン法では、収束判定条件を厳しくしても反復回数の増加は少ない。特に簡易ニュートン法については、ヤコビアン行列の計算は各期について1回のみのため、反復回数が増加しても計算時間の増加は非常に少ない。

4. ニュートン法と簡易ニュートン法

両者は反復過程でヤコビアン行列を再計算するか否かの違いであるが、反復回数に大きな差がない。これは、与えられた初期

表2.6 西 独 モ デ ル

—簡易ニュートン法—

収 束 条 件 モ デ ル 区 分	10 ⁻⁴			10 ⁻⁶			10 ⁻⁸		
	<i>S</i>	<i>B</i>	<i>L</i>	<i>S</i>	<i>B</i>	<i>L</i>	<i>S</i>	<i>B</i>	<i>L</i>
75 1	4	4	4	5	5	5	6	6	7
2	4	4	3	5	5	4	6	6	6
3	3	3	4	4	4	5	5	5	7
4	3	3	4	4	3	5	5	5	6
76 1	3	3	3	4	4	5	5	5	6
2	4	4	4	4	4	5	5	5	6
3	4	4	3	5	5	5	6	6	6
4	4	4	3	5	5	4	6	6	6
77 1	3	3	3	4	4	5	4	4	5
2	3	3	3	4	4	4	5	5	6
3	4	4	3	5	5	5	5	5	6
4	5	4	4	5	5	5	6	6	7
78 1	4	4	4	5	5	5	6	6	6
2	5	5	3	5	5	4	7	7	6
3	4	4	3	5	5	4	6	6	6
4	4	4	2	5	5	4	7	7	6
79 1	4	4	3	5	5	5	6	6	6
2	5	5	3	6	6	5	7	7	6
3	4	4	3	5	5	4	7	6	6
4	4	4	3	5	5	5	6	6	6
平均イタレーション回数	3.9	3.9	3.3	4.8	4.8	4.7	5.8	5.8	6.1
CPUタイム (ms)	7,872	5,732	944	8,020	5,875	1,024	8,157	6,033	1,108

値が解の近傍にあり、反復過程でのヤコビアン行列の変化が小さいことの表われである。

5. ガウス・ザイデル法と簡易ニュートン法
標準モデルやブロック化モデルのような構造解析が十分でない方程式体系ではガウス・ザイデル法が優位であるが、構造解析を十分に行なうループ化モデルでは、ガウス・ザイデル法と簡易ニュートン法に大きな差はない。むしろ、収束判定条件を厳しくすれば、簡易ニュートン法が優位となる場合がある。

Gabay et al. [1980] によれば、収束判定条件

が 10^{-4} より厳しくなればガウス・ザイデル法はニュートン法や簡易ニュートン法よりも計算時間が多くなることが示される。本章での分析は彼らの実験ほどには明確な結果を示すことはできていないが、ニュートン法や簡易ニュートン法が、大規模計量経済モデルでも十分利用可能であることを示した。

特に、次の2点を考慮すれば、ニュートン法と簡易ニュートン法のガウス・ザイデル法に対する優位性は今後の実験で十分実証可能と思われる。その第1は、ヤコビアン行列を計算するための数値微分の使用についてである。現在の計算機のソフトウェアの水準からすれば、数値

表2.7 日 本 モ デ ル

—ガウス・ザイデル法—

収 束 条 件 モ デ ル 区 分	10^{-4}			10^{-6}			10^{-8}		
	<i>S</i>	<i>B</i>	<i>L</i>	<i>S</i>	<i>B</i>	<i>L</i>	<i>S</i>	<i>B</i>	<i>L</i>
75 1	24	17	12	29	23	16	34	29	21
2	16	15	12	22	20	16	27	27	20
3	16	15	11	21	20	15	27	25	19
4	17	14	12	20	20	17	28	24	21
76 1	16	15	12	21	21	17	27	27	21
2	17	14	12	19	19	16	24	24	21
3	14	14	7	19	19	10	26	24	14
4	15	14	11	22	19	16	27	24	20
77 1	15	14	11	21	19	15	26	25	20
2	15	14	10	20	19	14	25	24	19
3	18	18	10	21	21	15	29	25	20
4	16	13	10	21	18	14	25	24	19
78 1	15	13	8	22	19	12	29	24	17
2	17	17	13	22	22	18	28	28	23
3	17	15	12	22	22	17	28	28	21
4	14	13	11	21	20	16	26	25	20
79 1	15	13	9	20	18	14	26	23	18
2	15	13	10	20	18	15	24	24	20
3	18	13	9	23	21	14	28	27	19
4	16	16	14	22	22	19	28	28	23
平均イタレーション回数	16.3	14.5	10.8	21.4	20.0	15.3	27.1	25.5	19.3
CPUタイム (ms)	1,641	1,397	1,060	2,160	1,847	1,456	2,688	2,297	1,846

微分よりも数式処理による解析的微分の方法が正確で計算時間も少ない。このことは、Nepomiaschy・Ravelli [1978] で示される結果をみても明らかである。第2は、次世代の計算機では、アレイプロセッサによる並行処理が主流にな

る点である。このような処理は、ガウス・ザイデル法に対しては何らの利益をもたらさないが、ニュートン法や簡易ニュートン法を用いる際の数式処理や逆行列の計算時間を大幅に短縮する効果をもつと考えられている。

表2.8 日本モデル

収束条件 モデル区分		10^{-4}			10^{-6}			10^{-8}		
		<i>S</i>	<i>B</i>	<i>L</i>	<i>S</i>	<i>B</i>	<i>L</i>	<i>S</i>	<i>B</i>	<i>L</i>
75	1	4	3	3	5	4	3	6	5	3
	2	4	3	3	4	4	3	5	4	3
	3	3	3	2	4	4	3	4	4	3
	4	3	3	3	4	4	3	5	5	3
76	1	3	3	3	4	4	3	5	5	3
	2	4	3	3	4	4	3	5	5	3
	3	3	3	3	4	4	3	4	4	3
	4	3	3	3	4	4	3	5	5	3
77	1	4	4	3	4	4	3	5	5	4
	2	3	3	3	4	4	3	4	4	3
	3	3	3	3	4	4	3	5	5	3
	4	3	3	3	4	4	3	5	4	3
78	1	3	3	3	4	4	3	4	4	4
	2	4	4	3	4	4	3	5	5	3
	3	4	4	3	4	4	3	5	5	4
	4	3	3	3	4	4	3	5	5	4
79	1	3	3	3	4	4	3	4	4	3
	2	3	3	3	4	4	3	4	4	4
	3	4	3	3	4	4	3	5	5	3
	4	4	4	3	4	4	3	5	5	4
平均イタレーション回数		3.4	3.2	3.0	4.1	4.0	3.0	4.8	4.6	3.3
CPU タイム (ms)		108,299	49,144	4,103	129,543	61,604	4,269	152,228	70,526	4,606

表2.9 日本モデル

—簡易ニュートン法—

収束条件 モデル区分	10^{-4}			10^{-6}			10^{-8}		
	S	B	L	S	B	L	S	B	L
75 1	6	5	3	8	6	3	9	7	4
2	4	4	3	5	5	4	6	6	5
3	4	4	2	5	5	3	6	6	4
4	4	4	3	5	5	3	6	6	4
76 1	4	4	3	5	5	3	6	6	4
2	4	4	3	6	5	3	7	6	4
3	4	4	3	6	6	4	6	6	4
4	4	4	3	5	5	4	6	6	4
77 1	4	4	3	5	5	4	6	6	4
2	4	4	3	5	5	3	6	6	4
3	5	5	3	5	5	3	6	6	4
4	4	4	3	5	5	4	6	6	4
78 1	4	4	3	5	5	4	6	6	5
2	5	5	3	6	6	4	7	7	4
3	5	5	3	6	6	4	7	7	5
4	4	4	3	5	5	4	6	6	4
79 1	4	4	3	5	5	4	6	6	5
2	4	4	3	5	5	4	6	6	5
3	4	4	3	6	6	4	8	7	5
4	5	5	3	6	6	4	8	8	5
平均イタレーション回数	4.3	4.3	3.0	5.5	5.3	3.7	6.5	6.3	4.6
CPU タイム (ms)	33,552	16,410	1,665	33,938	16,842	1,755	34,394	17,165	1,834

第3章 大規模計量経済モデルの推定

3-1 同時推定法について

前章で扱われた日本経済モデルが示すように、実際に用いられる計量経済モデルの多くは100本を超える大規模連立方程式体系により構成される。さらに、各国の経済モデルを結合して作られる世界経済モデルは、2,000本を超える規模となる。このような大規模計量経済モデルを作成するうえでの重要な問題の1つは、個々の構造方程式のパラメータをどのように推定

すればよいかという点にある。パラメータを推定するための1つの方法である最小二乗推定量は、一致性を持たないことが知られている。すなわち、各方程式における説明変数と確率的誤差項が独立でない同時方程式体系では、最小二乗推定量はたとえ標本数が無限に利用可能であっても真のパラメータに確率収束する性質を持たない。それに対し、操作変数法・二段階最小二乗法・制限情報最尤法などの一致性を持ついくつかの推定量が提案されている。

しかしながら、一致性という推定量としての望ましい性質は標本数が無限の場合に意味のあるものであり、標本数が50前後の小標本については別の評価基準で推定量を比較する必要がある。一方、大規模計量経済モデルは第1章で述べたように方程式と変数の関係が疎 (Sparse) であり、過剰識別の程度が著しく高いことが知られている。さらに、外生変数の数が標本数と比較して著しく多いために、二段階最小二乗法や制限情報最尤法を単純に適用することが不可能である。本章では、大規模計量経済モデルのこのような性質を考慮したいくつかの推定方法を用いて、日本経済モデルを若干簡略化したモデルを推定し比較を試みる。

一般性を失うことなく、同時方程式体系のなかの任意の一本の方程式を次のように表わす。

$$y_1 = Y_1 \beta_1 + X_1 \gamma_1 + u_1 \quad (3.1)$$

- y_1 : 従属変数 ($T \times 1$)
- Y_1 : 内生変数 ($T \times G_1$)
- X_1 : 外生変数 ($T \times K_1$)
- u_1 : 攪乱項 ($T \times 1$)
- β_1 : パラメータ ($G_1 \times 1$)
- γ_1 : パラメータ ($K_1 \times 1$)

とする。さらにモデルに含まれる全ての外生変数を X とし

$$X \equiv [X_1, X_2]$$

と表わす。ここで、 X_2 は (3.1) 式からゼロ制約により除かれる外生変数である。なお、 X_2 は ($T \times K_2$) 行列である。いま、構造方程式 (3.1) のパラメータ β_1, γ_1 に関する推定量を $\hat{\beta}_1, \hat{\gamma}_1$ とし、次の式を用いて計算する。

$$\begin{pmatrix} \hat{\beta}_1 \\ \hat{\gamma}_1 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} Y_1' Y_1 - k V_1' V_1 & Y_1' X_1 \\ X_1' Y_1 & X_1' X_1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} (Y_1 - k V_1) y_1 \\ X_1' y_1 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

ここで、

$$V_1 = [I - X(X'X)^{-1}X'] Y_1$$

とする。 V_1 は ($T \times G_1$) 行列であり、(3.1) 式の右辺の内生変数 Y_1 をモデルに含まれる全ての外生変数 X へ回帰させ、その結果として得られる残差行列である。一方、 k は任意の定数で、(3.2)

式で得られる $\hat{\beta}_1, \hat{\gamma}_1$ は k クラス推定量とよばれる。

$k=0$ であれば、最小二乗推定量 (OLSQ : Ordinary Least Squares Estimator) となる。

$$\begin{pmatrix} \hat{\beta}_1 \\ \hat{\gamma}_1 \end{pmatrix}_{\text{OLSQ}} = \begin{bmatrix} Y_1' Y_1 & Y_1' X_1 \\ X_1' Y_1 & X_1' X_1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Y_1' y_1 \\ X_1' y_1 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

一方、 $k=1$ であれば二段階最小二乗推定量 (TSLS : Two Stage Least Squares Estimator) となる。

$$\begin{pmatrix} \hat{\beta}_1 \\ \hat{\gamma}_1 \end{pmatrix}_{\text{TSLS}} = \begin{bmatrix} Y_1' X (X'X)^{-1} X' Y_1 & Y_1' X_1 \\ X_1' Y_1 & X_1' X_1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Y_1' X (X'X)^{-1} X' y_1 \\ X_1' y_1 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

さらに、

$$W = (y_1, Y_1) [I - X(X'X)^{-1}X'] (y_1, Y_1)$$

$$W^* = (y_1, Y_1) [I - X_1(X_1'X_1)^{-1}X_1'] (y_1, Y_1)$$

とするとき、

$$|W^* - \ell W| = 0$$

を満たす根 ℓ のなかで最小値 $\hat{\ell}$ を探し $k = \hat{\ell}$ とすれば、制限情報最尤推定量 (LIML : Limited Information Maximum Likelihood Estimator) となる。

$$\begin{pmatrix} \hat{\beta}_1 \\ \hat{\gamma}_1 \end{pmatrix}_{\text{LIML}} = \begin{bmatrix} Y_1' Y_1 - \hat{\ell} V_1' V_1 & Y_1' X_1 \\ X_1' Y_1 & X_1' X_1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} (Y_1 - \hat{\ell} V_1) y_1 \\ X_1' y_1 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

k クラス推定量に属するこれらの推定量のうち、最小二乗推定量は一致推定量でない。一方、二段階最小二乗推定量と制限情報最尤推定量については、次の性質のあることが明らかにされている。

- (i) 二段階最小二乗推定量と制限情報最尤推定量は、漸近的に同等である。
- (ii) 二段階最小二乗推定量は、小標本の場合には ($K_2 - G_1$) 次のモーメントまで存在する。(Sawa [1969])
- (iii) 制限情報最尤推定量は、小標本の場合には一次のモーメント (期待値) すら存在し

ない。(Sawa [1972])

(ii) と (iii) は, Summers [1965] らの仮想モデルによるモンテカルロ実験によっても確かめられている。すなわち, 二段階最小二乗推定量と制限情報最尤推定量を比較すると, 前者の方法により推定されるパラメータは後者の方法で推定されたものより安定的であると言える。実際, 計量経済モデルを制限情報最尤法により推定すると, 推定値が「爆発現象」を起す場合のあることが知られている。そのため, 二段階最小二乗推定量の方が制限情報最尤推定量よりも安定的な推定値を与えるという意味で望ましいとされた。

一方, 大規模計量経済モデルを推定すると最小二乗推定量と二段階最小二乗推定量はしばしば近い値を示すことから, 小標本の場合には最小二乗推定量で十分ではないかという推測が生まれた。

しかし, 大規模計量経済モデルの推定方法に関する理論的な発展は, 次の点を明らかにした。

(iv) 大規模計量経済モデルにおいては, 制限情報最尤推定量の小標本バイアスは, 二段階最小二乗推定量より小さい場合がある。

(Kadane [1971])

(v) 二段階最小二乗推定量と制限情報最尤法の小標本特性は著しく異なる。(Anderson-Sawa [1972])

$\hat{\ell}$ は制限情報最尤推定量で用いる値であり, T は標本数, K はモデルに含まれる外生変数の数, α は修正係数である, $\alpha = 0$ であれば, 制限情報最尤推定量である。バイアス, すなわち $E(\hat{\beta}_1) - \beta_1$ を最小とする場合は $\alpha = 1$, 平均二乗誤差すなわち $E(\hat{\beta}_1 - \beta_1)^2$ を最小とするためには $\alpha = 4$ とする。

(vi) 大規模計量経済モデルにおいては, 最小二乗推定量と二段階最小二乗推定量の小標本分布は互いに似ている。(Kunitomo [1981])

(v) と (vi) は, 大規模計量経済モデルを実際に推定して得られる経験的事実と一致する。Mori-mune [1978] は, 同時方程式体系を推定するた

めの推定量の小標本バイアスを消去するために, 制限情報最尤推定量と二段階最小二乗推定量の結合推定量を提案している。それは, $L = K_2 - G_1$ とすれば,

$$\begin{pmatrix} \hat{\beta}_1 \\ \hat{\gamma}_1 \end{pmatrix} = \frac{L-1}{L} \begin{pmatrix} \hat{\beta}_1 \\ \hat{\gamma}_1 \end{pmatrix}_{\text{LIML}} + \frac{1}{L} \begin{pmatrix} \hat{\beta}_1 \\ \hat{\gamma}_1 \end{pmatrix}_{\text{TSLS}} \quad (3.6)$$

となる。 L はその方程式から除かれている外生変数の数 (K_2) から含まれている内生変数の数 (G_1) を引いたものである。大規模計量経済モデルでは L は著しく大きく, この結合推定量は制限情報最尤推定量に近いものとなる。このように, 最近の大規模計量経済モデルの推定方法についての理論は, 制限情報最尤推定量の優位性を示す方向にある。しかし, 制限情報最尤推定量の小標本分布自体はその裾野が広く, (iii) の理由で推定値の「爆発現象」を避けることができない。

(3.6) 式の結合推定量はそれを回避するための有力な方法であるが, それとは別に Fuller [1977] は, 制限情報最尤推定量を次のように修正する提案を行っている。

$$\begin{pmatrix} \hat{\beta}_1 \\ \hat{\gamma}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_1' Y_1 - (\hat{\ell} - \frac{\alpha}{T-K}) V_1' V_1 & Y_1' X_1 \\ X_1' Y_1 & X_1' X_1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} (Y_1 - (\hat{\ell} - \frac{\alpha}{T-K}) V_1) y_1 \\ X_1' y_1 \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

3-2 大規模計量経済モデル推定における諸問題

大規模計量経済モデルを推定する際に生ずる問題は, (1) モデルが通常非線型体系となる, (2) モデルに含まれる外生変数の数が標本数を上回る点にある。さらに, (3) 各方程式と変数の関係が疎 (Sparse) であるという特徴がある。

まず, 非線型性については, 大規模計量経済モデルの非線型性は変数についてであり, パラメーターに関しては多くの場合線型である点を

考慮する必要がある。すなわち、モデルの各構造方程式は一般性を失うことなく、

$$y_1 = F_1(Y_1)\beta_1 + X_1\gamma_1 + u_1 \quad (3.8)$$

と表わすことができる。 $F_1(Y_1)$ は、内生変数に関する非線型性を表わすものである。

一方、外生変数 X_1 に非線型部分があれば、その部分を新たな変数として再定義すれば(3.8)式は不変である。一方、内生変数と外生変数が混在する場合も、新たな内生変数として再定義すればよい。この場合、 k クラス推定量は一般に次のようになる。

$$\begin{pmatrix} \hat{\beta}_1 \\ \hat{\gamma}_1 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} F_1'F_1 - kV_1'V_1 & F_1'X_1 \\ X_1'F_1 & X_1'X_1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} (F_1 - kV_1)'y_1 \\ X_1'y_1 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

$$V_1 = [I - X(X'X)^{-1}X']F_1$$

(3.9)式で得られる推定量は漸近的有効性を持たない可能性があるが一致性は持つ。

次に、モデルに含まれる全ての外生変数の数が標本数を上回る問題である。この場合は行列 $(X'X)$ が非特異となり、逆行列を求めることが不可能となる。そのため、 k クラス推定量の第1段階で必要な内生変数を外生変数へ回帰させ残差行列 V_1 を求めることができなくなる。

この問題を解決するための方法の1つは、外生変数の数を何らかの方法で少なくして推定するものである。Kloek-Mennes [1960]は、主成分を用いて外生変数を縮約する方法を提案している。主成分をとる方法としては次の3通りが考えられる。

- (i) 構造方程式から除かれる外生変数 X_2 の主成分をとる。
- (ii) モデルに含まれるすべての外生変数 X の主成分をとる。
- (iii) X_2 を構造方程式に含まれる外生変数 X_1 へ回帰させ、その残差行列の主成分をとる。

一般に、(i)あるいは(iii)が望ましいとされるが、各方程式ごとに主成分をとる必要があり、計算量が著しく増大する。そのため、(ii)の方法によ

る縮約が一般的に用いられる。主成分手法を用いる際に注意すべき点は、McCarthy [1971]が指摘しているように、 k クラス推定量が一致推定量となるためには、残差行列 V_1 を計算する際にその構造方程式に含まれる外生変数 X_1 が回帰変数として用いられることが必要である。すなわち、計算された主成分のうち固有値の大きい順に m 個を選びそれを P_m とすれば、内生変数 Y_1 を $Z = (P_m, X_1)$ へ回帰させることである。したがって、(3.9)式の残差行列 V_1 は、

$$V_1 = [I - Z(Z'Z)^{-1}Z']Y_1 \quad (3.10)$$

となる。

外生変数を縮約する方法としては、他にFisher [1965]が提案するモデルの因果構造に関する情報に基づいて操作変数の選択を行なうものがある。操作変数として望ましい性質は、その構造方程式の攪乱項と独立であり、右辺の内生変数 Y_1 と相関の高いことである。外生変数の主成分へ回帰させるのも、 Y_1 の推計値 \hat{Y}_1 がそのような性質を持つからである。Fisherは内生変数 Y_1 を決定する構造方程式に注目し、そこに含まれる外生変数を第1順位の操作変数と考える。さらに、それらの各方程式の右辺に含まれる内生変数を決定する構造方程式に含まれる外生変数を第2順位の操作変数とする。以下同様にして推定される構造方程式に直接あるいは間接に影響する外生変数について因果方向に従う順位を明らかにする。次に、その順位に従い操作変数として望ましい性質を持つ外生変数を選択する。Fisherの方法はモデルの構造を重視する操作変数の選択方法であり、第1章で述べた構造解析と密接に関連する。ただ、1国モデルの構造はそれ自体としては比較的簡単であるため、操作変数の選択基準としては効率的でないが、世界経済モデルのような各国経済を結合して作成されるモデルでは、各国の構造方程式の推定に際しては、操作変数としてはその国のモデルに含まれる外生変数を考慮すれば十分であることが示唆される。

主成分を用いる方法も、Fisherの方法もいずれも第1段階での残差行列の計算を縮約された外生変数を用いて行なう。このような推定量は一致推定量であるが漸近的に有効な推定量とはならない。そこで、Brundy・Jorgenson [1974] と Dhrymes [1971] は、操作変数推定法を2回繰り返す方法で漸近的に有効な推定量の得られることを明らかにした。これは、まず、(1) 何らかの方法で外生変数を縮約して操作変数として推定を行なう。(2) 推定された係数に基づいてモデルを解き、その推計値を \tilde{Y}_1 とする。(2) \tilde{Y}_1 を操作変数として推定を行なう。

次に、各方程式と変数間の関係が疎である点についてである。これは、Fisherの方法とも密接に関連することであるが、モデルの構造解析によるブロック分割化は、推定作業を大幅に簡略化する可能性がある。すなわち、第1章で述べた事実によれば、モデル体系は、プロローグブロック、中間ブロック、エピローグブロックに分割される。この時、各ブロックごとに分割された攪乱項が、ブロックが異なる場合に互いに独立であることを仮定できるならば、プロローグとエピローグの各ブロックに含まれる構造方程式の推定は、最小二乗推定法で十分である。したがって、同時方程式体系とは、第1章で述べた中間ブロックに対応するものとして考えれば十分である。

3-3 日本経済モデルの同時推定

本節では、世界経済モデルにおける日本経済のマクロ計量モデル（方程式152本）を参考とし、それを簡略化したモデルの推定を行なう。方程式は111本であり、そのなかで行動方程式は47本、定義式は64本である。簡略化した部分は次の2点である。まず、国際資本移動と為替レート関係の全ての変数を外生扱いとする点である。これは、モデルを単純化するために行なった処置である。次に、分布ラグを推定するためにしばしば用いられているシラーラグの推定を行なわない点である。これは、シラーラグのような分布ラグ推定量に関する同時推定理論が

未開発であり、推定することができないためである。ラグウエイトを最小二乗推定量により先験的に与えるのも1つの方法であるが、この方法はパラメーターを著しく不安定にさせるため用いてはいない。本節で推定する簡略化された日本モデルの特徴の1つは、複雑な調整過程をシラーラグを用いて推定していない点にあるが、シミュレーション分析によるモデルの動学的特性は、原モデルと大きな差はない。

本節では推定方法として、(1) 最小二乗推定量 (OLSQ), (2) 二段階最小二乘法 (TSLS), (3) 制限情報最尤法 (LIML), (4) Fullerの修正制限情報最尤法 (LIML4: 修正係数 $\alpha = 4$) の4種類を用いて比較する。モデル構造は全ての推定方法に関して同一であり、構造の特定化は最小二乗法の推定結果を参考とし、他の同時推定法による推定結果をフィードバックさせていない。推定期間は、特定の構造方程式を除いて概ね1968年第I四半期から1978年第IV四半期までの44四半期のデータを用いて推定する。

外生変数の個数は79であり、標本数44を上回る。そのため、本節では外生変数を縮約する方法として主成分を用いる。主成分は79個の外生変数とモデルの先決内生変数の全てについて計

表3.1 外生変数の固有値分析

	固有値	寄与率	累積寄与率
1	25.22	63.05	63.05
2	5.16	12.90	75.95
3	2.53	6.31	82.26
4	2.02	5.05	87.31
5	1.48	3.71	91.02
6	0.97	2.43	93.45
7	0.57	1.43	94.88
8	0.51	1.29	96.17
9	0.35	0.88	97.05
10	0.29	0.72	97.77
11	0.25	0.70	98.40
12	0.15	0.38	98.78
13	0.10	0.26	99.04
14	0.07	0.18	99.22
15	0.06	0.16	99.38

算することが望ましいが、本節では先決内生変数は除いて主成分を計算している。表3.1は主成分を固有値の大きさの順に15個抽出したものである。本節では最初の11個の主成分を用いて推定を行なう。11個の主成分の外生変数全体に対する変動寄与率は98.4%である。

表3.2～3.18は、主要な構造方程式について上記の4種類の異なる推定方法を用いた推定結果を示す。制限情報最尤法で推定する際に生ずる「爆発現象」が、有効求人倍率（VA）、民間企業在庫デフレーター（PIIP）と金融債利回り（RSEC）

などのモデルで比較的重要な役割を果す変数に集中して発生する。「爆発現象」は表3.10のPIIPのように残差平方和が著しく増大し、係数の有意性が低下するものと、表3.9のVAや表3.15のRSECのように残差平方和そのものはあまり変化しないものの、各パラメータの有意性が著しく低くなり、さらにパラメータの符号が変化するものもある。特に、後者のような事例は民間消費支出（C）、民間企業在庫投資（IIP）、鉱工業生産指数（O）などでも観測される。

表3.2 C:民間消費支出

	OLSQ	TSLs	LIML	LIML4
constant	-0.6428 (2.5)	-0.7341 (2.5)	-1.0746 (1.9)	-0.7891 (2.5)
$\log YD/PC \cdot 100$	0.2769 (4.6)	0.3687 (3.0)	0.6748 (2.0)	0.4184 (2.8)
$\dot{P}C^3 \log YD/PC \cdot 100$	-6.3542 (4.7)	-5.5092 (3.2)	-4.0247 (1.4)	-5.2307 (2.8)
$\log NW_{-1} / [PC/(1+RSEC) \cdot 100]$	0.1095 (4.3)	0.1271 (3.7)	0.1878 (2.5)	0.1370 (3.6)
$\log C_{-1}$	0.6552 (9.4)	0.5503 (4.0)	0.2012 (0.5)	0.4936 (2.9)
\bar{R}^2	0.998	0.998	0.996	0.998
SE	0.0075	0.0077	0.0113	0.0080
DW	2.262	2.181	2.125	2.145

(注) $\dot{P}C = PC/PC_{-1} - 1.0$

表3.3 IHP:民間住宅投資

	OLSQ	TSLs	LIML	LIML4
constant	-1.1363 (2.5)	-1.2146 (2.5)	-1.2662 (2.5)	-1.2068 (2.5)
$\log YD/PIHP \cdot 100$	0.8979 (22.9)	0.9039 (21.6)	0.9079 (20.7)	0.9033 (21.7)
$PIHP \log YD/PIHP \cdot 100$	0.1162 (3.9)	0.1551 (3.3)	0.1740 (3.1)	0.1522 (3.3)
$RSEC - \dot{P}A$	-0.0082 (4.8)	-0.0067 (2.8)	-0.0059 (2.2)	-0.0068 (2.9)
D732	0.1272 (3.8)	0.1302 (3.7)	0.1320 (3.6)	0.1299 (3.7)
D742	-0.1521 (4.2)	-0.1397 (3.5)	-0.1331 (3.1)	-0.1407 (3.5)
\bar{R}^2	0.947	0.944	0.940	0.944
SE	0.0322	0.0332	0.0343	0.0331
DW	2.470	2.636	2.654	2.625

表3.4 IFP: 民間企業設備投資

	OLSQ	TSLS	LIML	LIML4
constant	0.3344 (0.5)	1.0202 (1.4)	2.1196 (2.5)	1.9710 (2.4)
$\sum_0^4 \log GNP / KFP_{-1}$	0.8093 (8.1)	0.9142 (8.3)	1.0824 (8.2)	1.0597 (8.2)
$\sum_0^4 \log YW / TS$	0.4870 (3.4)	0.6384 (4.1)	0.8811 (4.7)	0.8483 (4.6)
$\sum_0^4 (RSEC - \dot{PA})$	-0.7210 (3.6)	-0.8379 (3.9)	-0.9965 (4.0)	-0.9768 (4.0)
\bar{R}^2	0.952	0.950	0.941	0.943
SE	0.0691	0.0703	0.0765	0.0754
DW	0.981	0.963	0.842	0.862

表3.5 IIP: 民間企業在庫投資

	OLSQ	TSLS	LIML	LIML4
constant	4792 (4.1)	3967 (3.0)	3763 (2.8)	3908 (3.0)
<i>O</i>	133.0 (4.5)	145.0 (4.3)	148.3 (4.3)	145.9 (4.3)
$C+CG-IFP+IHP+XG+IG$	-0.1424 (9.9)	-0.1278 (8.1)	-0.1245 (7.7)	-0.1268 (8.0)
<i>MG</i>	0.3412 (2.2)	0.1689 (0.9)	0.1263 (0.7)	0.1566 (0.9)
\bar{R}^2	0.740	0.730	0.725	0.729
SE	770.0	784.7	792.5	786.8
DW	1.763	1.841	1.840	1.839

一方、爆発現象を生ずる構造方程式も、Fullerの修正制限情報最尤法を用いて推定すれば、そのような事態が生じないことが確認される。このことから、Fullerの修正法が安定的な制限情報最尤推定量をもたらすことが分かる。

次に、最小二乗法 (OLSQ)、二段階最小二乗法 (TSLS) と Fuller の制限情報最尤法 (LIML4) の各々の推定方法に基づいて推定されたパラメータを持つモデルの比較を行なう。モデルの比較を行なうために4つの異なるシミュレーションを行ない、計算値と実績値の乖離を平均平方誤差 (RMSE: Root Mean Square Errors) により評価する。

(I) 1975年第I四半期から1978年第IV四半期

までの16期間について、右辺のすべての先決変数に実績値を代入して静学解を求める。

(II) (I) の期間について、すべての外生変数に実績値を代入して動学解を求める。

(III) 1979年第I四半期から同年第IV四半期までの4期間について、右辺のすべての先決変数に実績値を代入して静学解を求める。

(IV) (III) の期間について、すべての外生変数に実績値を代入して動学解を求める。

すなわち、(I) と (II) は標本期間内、(III) と (IV) は標本期間外でのモデルのパフォーマンスを評価するためのものである。表3.19は、上記の4種類のシミュレーションと、(I) および

表3.6 XG:財貨輸出

	OLSQ	TOLS	LIML	LIML4
constant	-5.5158 (8.0)	-5.5273 (7.5)	-5.6329 (6.7)	-5.6019 (6.9)
log TWMM	1.1285 (38.6)	1.1292 (38.3)	1.1292 (37.6)	1.1293 (37.8)
$\sum_0^5 \log(PXG / FXS / PWMU)$	-0.2333 (11.4)	-0.2330 (10.9)	-0.2345 (10.0)	-0.2339 (10.2)
GFKIP #O	0.5277 (4.4)	0.5466 (3.9)	0.6004 (3.2)	0.5870 (3.3)
\bar{R}^2	0.987	0.987	0.987	0.987
SE	0.0333	0.0333	0.0335	0.0335
DW	1.291	1.293	1.260	1.268

表3.7 MG:財貨輸入

	OLSQ	TOLS	LIML	LIML4
constant	-0.9606 (1.8)	-0.7314 (1.3)	-0.5721 (1.1)	-0.6067 (1.1)
log GNP	0.2189 (2.2)	0.1716 (1.7)	0.1389 (1.3)	0.1458 (1.4)
log PGNP/PMG	0.0901 (2.4)	0.0994 (2.5)	0.1059 (2.6)	0.1045 (2.6)
log MG ₋₁	0.8303 (11.3)	0.8646 (11.3)	0.8884 (11.3)	0.8832 (11.3)
\bar{R}^2	0.981	0.981	0.980	0.981
SE	0.0334	0.0335	0.0337	0.0336
DW	1.602	1.632	1.640	1.638

表3.8 O:鉦工業生產指數

	OLSQ	TOLS	LIML	LIML4
constant	-5.6088 (36.9)	-5.6432 (35.1)	-5.874 (23.6)	-5.806 (26.3)
log (CG+IFP+IHP+IG)	0.5826 (11.3)	0.6196 (10.5)	0.7474 (7.7)	0.7173 (8.5)
$\log \sum_1^4 (C+XG)$	0.3365 (7.1)	0.3068 (5.8)	0.2158 (2.6)	0.2359 (3.2)
PIIP-RC	0.00192 (5.8)	0.00174 (4.2)	0.00057 (0.63)	0.00091 (1.2)
KIP ₋₁ /O ₋₁	-0.00125 (10.6)	-0.00123 (9.7)	-0.00128 (6.9)	-0.00125 (7.6)
\bar{R}^2	0.993	0.993	0.989	0.991
SE	0.0139	0.0140	0.0176	0.0162
DW	0.969	1.002	0.879	0.936

表3.9 VA:有効求人倍率

	OLSQ	TOLS	LIML	LIML4
constant	-19.691 (4.8)	-27.947 (4.8)	-51.028 (1.8)	-31.446 (4.4)
$\sum_0^4 \ln GNP / GNP_{-1}$	3.4132 (5.0)	4.6472 (4.8)	7.1167 (2.0)	5.1262 (4.5)
$\log(W/PA) / (W/PA)_{-1}$	-2.1736 (2.4)	-1.6894 (0.9)	9.7787 (0.6)	-0.8160 (0.3)
$\log U$	-2.5422 (11.0)	-2.9878 (9.5)	-4.0533 (3.0)	-3.1620 (8.5)
$\log(POP-LF)$	5.5797 (4.7)	7.9587 (4.7)	14.595 (1.8)	8.9653 (4.4)
\bar{R}^2	0.925	0.912	0.328	0.895
SE	0.1186	0.1286	0.3556	0.1406
DW	1.009	1.257	2.401	1.365

表3.10 PIIP:民間企業在庫デフレーター

	OLSQ	TOLS	LIML	LIML4
constant	0.1533 (10.4)	0.1434 (5.5)	-0.4298 (0.27)	0.1372 (4.3)
$GF((MGV+TIM)/MG)$	0.3165 (10.7)	0.2912 (5.0)	-1.0461 (0.31)	0.2774 (3.8)
$GF(KIP_{-1}/O_{-1})$	-0.2001 (5.3)	-0.2346 (4.5)	-1.1798 (0.45)	-0.2450 (4.0)
$GF(ULC)$	0.2741 (3.0)	0.3702 (2.0)	4.7389 (0.40)	0.4169 (1.8)
\bar{R}^2	0.956	0.961	-	0.960
SE	0.0028	0.0028	0.0249	0.0028
DW	0.853	1.090	2.033	1.145

(注) $GF(Z) = Z / \sum_1^4 Z$

表3.11 PC:民間消費支出デフレーター

	OLSQ	TOLS	LIML	LIML4
constant	0.0913 (13.2)	0.0893 (12.6)	0.0877 (11.8)	0.0882 (12.0)
$\sum_0^2 GF(PIIP)$	0.1729 (13.3)	0.1886 (12.3)	0.2007 (11.5)	0.1970 (11.8)
$\sum_1^2 GF(ULC)$	0.0726 (3.6)	0.0534 (2.4)	0.0388 (1.6)	0.0434 (1.8)
\bar{R}^2	0.940	0.938	0.933	0.935
SE	0.0018	0.0019	0.0019	0.0019
DW	1.580	1.546	1.466	1.495

表3.12 W:一人当り雇 用 者 所 得

	OLSQ	TSLS	LIML	LIML 4
constant	0.00577 (0.30)	0.00964 (0.47)	0.01162 (0.55)	0.01096 (0.52)
<i>GF(PC)</i>	0.9732 (13.0)	0.9554 (12.1)	0.9465 (11.6)	0.9495 (11.8)
<i>VA</i>	0.0110 (8.9)	0.0118 (9.1)	0.0121 (9.2)	0.0120 (9.2)
<i>D741</i>	-0.0284 (7.7)	-0.0284 (7.6)	-0.0284 (7.5)	-0.0284 (7.5)
\bar{R}^2	0.871	0.870	0.868	0.869
<i>SE</i>	0.0032	0.0032	0.0032	0.0032
<i>DW</i>	1.544	1.529	1.515	1.520

表3.13 YC:企 業 所 得

	OLSQ	TSLS	LIML	LIML 4
constant	0.8641 (48.4)	0.8681 (47.4)	0.8690 (47.0)	0.8686 (47.2)
<i>YW/GNPV</i>	-0.9746 (19.0)	-0.9859 (17.9)	-0.9881 (17.5)	-0.9871 (17.7)
<i>MV/GNPV</i>	-0.3050 (2.2)	-0.3046 (1.9)	-0.3073 (1.9)	-0.3058 (1.9)
<i>PA</i>	0.3558 (2.4)	0.4316 (2.5)	0.4572 (2.5)	0.4445 (2.5)
\bar{R}^2	0.953	0.952	0.952	0.952
<i>SE</i>	0.0121	0.0122	0.0123	0.0122
<i>DW</i>	1.997	2.081	2.100	2.091

表3.14 RLB:全銀約 定 平 均 金 利

	OLSQ	TSLS	LIML	LIML 4
constant	2.2486 (12.9)	2.2035 (10.2)	1.9943 (5.4)	2.1128 (7.5)
$\sum_0^6 RBRA$	0.00749 (2.0)	0.00586 (1.0)	-0.00148 (0.13)	0.00267 (0.31)
<i>RT</i>	0.8094 (12.4)	0.8379 (8.5)	0.9618 (4.8)	0.8920 (6.1)
<i>GNPV/FNW</i>	0.3964 (6.0)	0.4120 (5.0)	0.4848 (3.6)	0.4435 (4.2)
$(DD+DT-RESR)/FNW$	-0.5312 (4.7)	-0.5636 (3.9)	-0.7038 (2.9)	-0.6247 (3.3)
\bar{R}^2	0.977	0.977	0.974	0.976
<i>SE</i>	0.128	0.128	0.138	0.131
<i>DW</i>	1.389	1.447	1.604	1.547

大規模計量経済モデルの構造解析・解法・推定について

表3.15 RSEC: 金融債利回り

	OLSQ	TSLs	LIML	LIML 4
constant	-0.1140 (0.17)	0.5983 (0.65)	2.0076 (1.15)	0.8190 (0.80)
$\sum_0^4 RC$	0.1148 (9.0)	0.1143 (6.2)	0.1917 (3.9)	0.1519 (5.7)
$\sum_0^4 \dot{PA}$	8.5866 (3.6)	2.5977 (0.51)	-7.8068 (0.74)	0.9450 (0.17)
$RC - RC_{-1}$	0.6823 (4.1)	1.1527 (3.2)	1.9792 (2.4)	1.2837 (3.0)
$(SBG - NGP)/FNW$	3.7472 (4.9)	2.3358 (1.8)	-0.1491 (0.06)	1.9416 (1.3)
\bar{R}^2	0.923	0.907	0.797	0.896
SE	0.477	0.526	0.775	0.555
DW	0.791	1.166	1.483	1.253

表3.16 RBRA: 現先レート

	OLSQ	TSLs	LIML	LIML 4
constant	-0.4378 (0.78)	-0.1276 (0.22)	0.6382 (0.81)	0.4965 (0.67)
RDIS	0.9317 (6.6)	0.7566 (4.7)	0.3242 (1.3)	0.4043 (1.8)
$\sum_0^2 w \cdot RESF$ (注) $(DD + DT - RESR)$	-11.575 (5.7)	-14.745 (6.0)	-22.571 (5.6)	-21.122 (5.8)
\bar{R}^2	0.898	0.892	0.825	0.843
SE	0.849	0.874	1.112	1.054
DW	0.822	0.857	0.775	0.798

(注) $w_0=4, w_1=3, w_2=1$

表3.17 CURP: 現金通貨

	OLSQ	TSLs	LIML	LIML4
constant	-5.1847 (36.1)	-5.2064 (35.4)	-5.2241 (34.4)	-5.2220 (34.5)
$\sum_0^8 RSEC$	-0.00101 (2.5)	-0.00098 (2.1)	-0.00092 (1.7)	-0.00093 (1.7)
$\sum_0^5 REUD + FP$	-0.00071 (4.9)	-0.00073 (4.8)	-0.00075 (4.7)	-0.00075 (4.7)
$\log GNPV/FNW$	1.3744 (44.0)	1.3787 (42.6)	1.3819 (40.6)	1.3816 (40.9)
$\log FNW$	0.1906 (16.8)	0.1919 (16.3)	0.1928 (15.5)	0.1927 (15.7)
\bar{R}^2	0.990	0.990	0.990	0.990
SE	0.0223	0.0223	0.0223	0.022
DW	1.063	1.065	1.063	1.064

表3.18 DT: 定期性預金

	OLSQ	TSLs	LIML	LIML 4
constant	-0.4228 (5.6)	-0.4016 (4.9)	-0.3860 (4.3)	-0.3921 (4.5)
$\sum_0^4 RT$	0.02458 (5.8)	0.02844 (5.9)	0.03198 (5.9)	0.03051 (5.9)
$\sum_0^4 RSEC$	-0.00359 (2.5)	-0.00389 (2.5)	-0.00428 (2.4)	-0.0041 (2.4)
$\sum_0^4 RLB$	-0.01983 (3.5)	-0.02333 (3.8)	-0.02637 (3.8)	-0.02512 (3.8)
REUD+FP	-0.00052 (1.1)	-0.00066 (1.3)	-0.00077 (1.4)	-0.00073 (1.4)
log GNPV/FNW	0.9154 (50.1)	0.9210 (46.8)	0.9271 (42.5)	0.9244 (44.4)
\bar{R}^2	0.996	0.996	0.996	0.996
SE	0.0134	0.0137	0.0147	0.0142
DW	1.181	1.174	1.086	1.130

(III) の期間における各方程式の推定誤差, すなわち右辺のすべての変数に実績値を代入した時の誤差をRMSEで評価したものである。(V) と (VI) はその結果を表わすが, それによれば, 鉱工業生産指数 (O), 民間企業在庫デフレータ (PIIP), 民間消費支出デフレータ (PC) をはじめとするいくつかの構造方程式, 特に価格関連の方程式に標本期間内の推定誤差と標本期間外の予測誤差に大きな乖離がみられる。これは推定方法の如何に関係なく観測されるが, このような事実は方程式に構造変化が生じている可能性を示唆する。特に予測テストに用いた期間は第2次石油ショック時でもあり, テスト期間としては適切でないかもしれない。

モデル全体について標本期間内と標本期間外の誤差を推定方法ごとに比較すると, いずれの場合についても平均的に最小二乗推定量がよいことが分かる。ただ標本期間外については両者の差は縮小することも確かめられる。さらに, 最小二乗法の優位性も程度としては大きくないと思われる。これは次の方法を用いることで明らかにできる。すなわち, R_{ij} を i 番の構造方程式を推定方法 j で推定しその時のRMSEを基準として順序付して得られた順位数とする。例えば, 表3.19で, 民間消費支出 (C) について

(I) の静学解における順位数は,

$R_{C,OLSQ}=1, R_{C,TSLs}=2, R_{C,LIML4}=3$ となる。この時,

$$R_j = \sum_{i=1}^{45} R_{ij} \quad (j = OLSQ, TSLs, LIML4) \quad (\text{注})$$

を計算すれば次のようになる。

	OLSQ	TSLs	LIML4
(I)	75	83	112
(II)	70	87	113
(III)	86	87	95
(IV)	78	94	98

制限情報最尤法が標本期間外においてパフォーマンスがよくなることが, Ban [1979] において指摘されている。しかし, 今回の企画庁の日本経済モデルについては, 制限情報最尤法が最小二乗法と比較して優位であることは実証するに至っていない。その原因として考えられるのは, (1) 企画庁の日本経済モデルを制限情報最尤法を用いて推定すると, モデルで重要な役割を

(注) 構造方程式のうちここで比較するのは推定が行なわれた行動方程式のみが対象である。行動方程式は47本であるが, そのなかで2本は右辺に内生変数が含まれていないため, 推定方法で差異は生じない。したがって45本の構造方程式について比較している。

持ついくつかの構造方程式で爆発現象が生じ、それが全体としてのモデルのパフォーマンスを低下させている、(2) モデルのラグ構造が比較的長い場合、4期間程度の予測テストだけでは十分な判別ができない、(3) モデルの特定化が最小

二乗推定量を用いて行なわれている、(4) 予測域における構造変化の可能性などがある。さらにRMSEによる評価基準が最小二乗法あるいは二段階最小二乗法に有利な評価基準であることを考慮すれば、推定量に関する小標本理

表3.19 平均平方誤差 (RMSE)

	(I)	(II)	(III)	(IV)	(V)	(VI)
<i>C</i>	647.65	1157.83	674.03	1165.04	613.48	526.98
	665.28	1167.92	806.43	1111.39	479.29	532.52
	681.26	1439.04	905.21	1050.45	719.63	602.63
<i>IHP</i>	500.39	595.70	4292.43	2920.00	342.37	593.67
	572.36	655.93	4679.59	3246.76	350.62	707.35
	610.16	662.71	4828.04	3326.89	349.75	697.80
<i>IFP</i>	988.60	985.71	1536.48	1347.12	1016.56	2085.45
	1052.99	1190.88	1491.60	1131.23	1083.02	2204.46
	1151.44	1537.67	1504.55	994.45	1190.55	2364.59
<i>IIP</i>	463.40	675.44	884.34	1209.96	290.34	685.99
	421.75	659.32	790.13	1207.63	273.21	776.88
	474.59	831.61	303.34	692.68	274.04	784.22
<i>XG</i>	488.35	1762.73	45.73	635.64	488.27	719.66
	496.81	1739.70	33.62	618.76	493.59	704.69
	502.55	1778.47	112.17	488.78	503.93	680.32
<i>MG</i>	535.71	713.24	253.97	336.93	540.35	259.36
	536.54	720.93	243.72	281.58	545.11	254.92
	539.73	759.94	241.80	269.10	549.13	254.12
<i>O</i>	2.06	3.63	12.75	11.74	1.78	5.05
	2.12	3.93	12.01	11.58	1.87	4.84
	2.61	5.53	8.79	8.49	2.26	4.16
<i>XSV</i>	195.52	137.03	539.63	531.72	250.45	761.29
	202.80	137.47	532.54	522.07	257.01	740.26
	211.83	133.59	495.93	490.18	268.08	708.84
<i>MSU</i>	219.49	243.99	651.47	687.82	235.73	374.45
	199.89	221.38	681.24	737.07	213.27	376.26
	172.28	193.31	699.51	747.74	180.98	386.50
<i>VA</i>	0.04	0.07	0.07	0.06	0.07	0.09
	0.04	0.12	0.13	0.11	0.09	0.08
	0.05	0.17	0.14	0.12	0.09	0.08
<i>LF</i>	0.20	0.51	0.09	0.06	0.20	0.03
	0.20	0.46	0.05	0.03	0.20	0.03
	0.20	0.45	0.05	0.05	0.20	0.03

	(I)	(II)	(III)	(IV)	(V)	(VI)
<i>U</i>	0.06	0.06	0.10	0.12	0.06	0.10
	0.06	0.06	0.10	0.12	0.06	0.09
	0.06	0.07	0.09	0.12	0.06	0.09
<i>PIIP</i>	1.01	1.38	6.40	11.49	0.99	3.19
	0.98	1.44	5.98	11.85	0.97	2.49
	1.02	1.81	5.72	11.44	0.97	2.06
<i>PC</i>	0.56	1.40	4.14	9.51	0.52	2.85
	0.58	1.77	4.41	10.15	0.51	3.10
	0.61	2.15	4.54	10.24	0.52	3.23
<i>PCG</i>	1.27	1.70	5.86	11.83	1.11	1.70
	1.30	2.42	6.25	12.70	1.11	1.75
	1.33	3.00	6.48	12.85	1.11	1.77
<i>PIHP</i>	1.50	2.28	7.35	11.82	0.91	1.59
	1.56	2.27	7.44	12.78	0.91	1.59
	1.63	2.08	7.44	12.80	0.91	1.59
<i>PIFP</i>	1.03	0.95	7.55	11.58	0.57	3.29
	1.11	1.05	7.60	12.41	0.61	3.48
	1.16	1.09	7.54	12.32	0.63	3.54
<i>PIG</i>	1.30	1.45	8.33	12.88	0.66	0.59
	1.40	1.48	8.46	13.97	0.67	0.59
	1.49	1.61	8.48	14.00	0.68	0.59
<i>PXG</i>	1.93	5.38	4.56	7.42	1.72	1.99
	1.87	5.23	4.13	7.06	1.68	2.07
	1.82	4.96	3.79	6.43	1.66	2.17
<i>PXS</i>	0.99	0.80	3.68	5.40	0.82	1.81
	0.99	0.81	3.72	5.52	0.82	1.87
	1.01	0.84	3.99	5.87	0.82	2.03
<i>PMS</i>	2.27	2.54	3.35	4.02	2.31	4.71
	2.25	2.54	3.39	4.10	2.30	4.68
	2.25	2.59	3.43	4.24	2.30	4.68
<i>W</i>	22.74	28.00	157.67	293.99	25.54	57.33
	22.73	41.21	169.90	314.57	24.45	56.31
	23.42	57.54	174.26	316.83	24.20	56.02
<i>WSE</i>	73.15	71.88	431.01	408.06	61.11	76.23
	79.82	78.64	466.19	456.34	61.40	79.51
	84.14	83.39	479.93	463.97	61.69	81.57
<i>YDV</i>	163.52	179.55	317.17	264.57	175.88	130.14
	163.27	179.14	336.98	317.76	176.25	132.53
	164.25	180.45	341.44	324.91	176.61	135.11

大規模計量経済モデルの構造解析・解法・推定について

	(I)	(II)	(III)	(IV)	(V)	(VI)
<i>YPR</i>	603.52	521.14	738.24	613.40	583.17	488.27
	632.77	532.20	916.66	734.19	583.56	511.46
	615.47	518.43	1051.88	863.17	585.73	593.40
<i>YC</i>	1271.50	1172.57	2111.53	1805.60	1495.35	1531.30
	1290.35	1372.28	2763.74	2141.52	1442.97	1581.02
	1266.02	1608.57	2627.47	2067.91	1438.64	1589.48
<i>IVAP</i>	1728.21	1666.38	11585.16	8162.95	113.62	269.11
	1657.68	1729.80	10776.23	8558.18	114.28	274.52
	1730.00	1871.15	10273.03	8256.26	114.50	276.32
<i>IVAC</i>	1684.40	1625.18	11237.64	7911.75	15.43	34.34
	1617.19	1686.47	10464.37	8306.95	15.98	29.44
	1689.84	1824.58	9991.35	8027.61	16.84	23.19
<i>TYP</i>	878.22	912.26	2170.72	2517.43	879.66	2080.29
	893.92	922.14	2147.61	2439.21	884.28	2072.08
	900.33	931.69	2145.44	2374.50	888.11	2072.74
<i>TYC</i>	623.87	711.99	4314.29	4213.88	889.59	3939.69
	616.96	642.96	4350.73	4278.79	903.92	3924.23
	618.60	546.90	4388.20	4313.50	932.01	3904.07
<i>TIC</i>	416.47	390.25	800.11	749.65	395.08	1273.82
	409.50	356.09	770.30	746.34	393.97	1265.70
	401.13	318.42	770.77	744.71	393.65	1264.81
<i>TIM</i>	18.14	26.50	51.05	41.67	13.16	29.13
	18.40	28.02	52.15	44.67	13.13	29.44
	18.59	29.98	53.06	46.25	13.10	29.89
<i>CURP</i>	231.15	296.26	926.74	1416.68	216.41	255.81
	241.48	344.62	1011.12	1584.96	213.96	269.58
	246.13	402.52	993.84	1560.27	211.67	285.90
<i>DD</i>	881.96	1102.84	612.15	2875.85	888.85	2694.19
	864.59	1351.87	542.56	3622.55	898.98	2675.66
	838.80	1644.67	567.23	3724.90	902.30	2664.12
<i>DT</i>	1363.71	2171.82	3885.80	4155.10	911.25	1749.49
	1570.29	2528.53	4878.97	5324.53	1024.27	1653.77
	1676.03	3119.12	5155.19	5427.78	1092.09	1672.04
<i>SEC</i>	313.39	460.22	2065.10	2254.23	315.83	1224.03
	296.29	495.07	1992.33	2136.09	298.59	1169.74
	301.65	700.28	1847.54	1912.88	289.41	1134.54
<i>RC</i>	0.47	0.68	1.27	1.88	0.39	0.80
	0.48	0.65	1.39	1.97	0.39	0.79
	0.58	1.20	1.69	2.35	0.39	0.79

	(I)	(II)	(III)	(IV)	(V)	(VI)
<i>RLB</i>	0.14	0.15	0.57	0.57	0.12	0.54
	0.13	0.15	0.60	0.59	0.12	0.57
	0.13	0.15	0.64	0.64	0.12	0.61
<i>RBRA</i>	0.66	0.64	0.93	0.81	0.70	0.92
	0.62	0.73	1.16	0.93	0.63	1.19
	0.78	1.32	1.72	1.42	0.68	1.76
<i>RSEC</i>	0.71	0.78	1.30	0.92	0.63	0.72
	0.83	0.80	1.88	1.38	0.65	0.31
	1.04	1.10	2.43	1.79	0.67	0.25
<i>NFA</i>	416.82	742.78	1104.32	964.36	244.06	1321.84
	417.38	617.65	1093.70	925.25	245.01	1327.66
	418.52	658.13	1128.83	962.77	248.82	1349.79
<i>BPXG</i>	2081.77	3306.21	3814.83	3946.83	849.63	2110.33
	2068.38	3246.59	3491.16	3671.29	850.30	2102.28
	2105.54	3567.49	3552.00	3617.97	850.31	2102.21
<i>BPMG</i>	2462.15	2509.80	3624.42	2481.44	566.85	1899.61
	2480.92	2596.29	3550.50	2698.73	566.85	1899.66
	2498.39	2750.39	3468.97	2716.88	566.85	1899.66
<i>BPXS</i>	967.60	687.67	3064.31	3029.59	1191.64	2925.44
	995.80	697.67	3024.01	2978.50	1194.08	2909.15
	1012.36	661.13	2867.84	2840.65	1194.70	2905.20
<i>BPMS</i>	1301.76	1531.19	2775.56	2860.79	773.01	2323.24
	1196.62	1399.90	2893.06	3080.30	772.32	2329.65
	1043.74	1264.61	2955.13	3116.93	771.72	2335.41

- (注) 1. 掲げた変数は、右辺に内生変数を持つ行動方程式である。
2. (I), (II), (III), (IV), (V) と (VI) は本文参照
3. 各欄の上段は最小二乗法、中段は二段階最小二乗法、下段は制限情報最尤法で推定されたモデルによるRMSEを表わす。

論の成果と Fuller の制限情報最尤法のような安定的な推定量が存在する事実は、大規模計量経済モデルを制限情報最尤法で推定することの必要性を十分示唆するものであると言える。

表3.20と3.21は、1975年第I四半期から1978年第IV四半期までの16四半期について政府投資を名目で1兆円追加するケースと、公定歩合を1%引き下げるケースの2つについて、主要な内生変数に対する効果を表わしたものである。

政府投資の最終需要に対する誘発効果は最小

二乗法で推定したモデルで最も小さく、制限情報最尤法で推定されたモデルで最も大きくなる。これは、消費関数、住宅投資関数や民間企業設備投資関数などにおいて、所得あるいは生産に関する限界支出性向の推定値が、制限情報最尤法で最も大きくなることと符合する。その結果、賃金・物価および金利の水準も、最終需要の増大に伴い制限情報最尤法で推定したモデルにおいて上昇幅が大きくなる。一方、定期性預金が二段階最小二乗法と制限情報最尤法では低下する傾向が観察されるが、これは金融債利

大規模計量経済モデルの構造解析・解法・推定について

表3.20 政府投資1兆円（名目）増の効果

	OLSQ	TSLs	LIML4		OLSQ	TSLs	LIML4
	<i>GNP</i>				<i>C</i>		
1	988.48	1008.07	1025.63	1	31.40	34.34	34.09
2	1156.39	1243.31	1292.88	2	95.28	120.45	136.52
3	1240.51	1361.71	1403.38	3	165.16	210.91	231.49
4	1321.59	1459.04	1499.34	4	228.41	290.48	307.80
5	1400.68	1547.95	1595.89	5	287.38	360.58	372.83
6	1448.08	1602.26	1660.52	6	329.95	405.68	412.77
7	1478.86	1639.80	1704.37	7	368.91	448.07	451.73
8	1501.63	1666.68	1741.35	8	409.31	493.27	497.01
9	1511.43	1679.43	1769.44	9	447.89	535.66	542.36
10	1540.71	1715.62	1823.88	10	490.87	585.80	598.97
11	1554.34	1732.55	1847.64	11	534.93	636.90	654.06
12	1574.41	1752.43	1882.63	12	577.34	685.81	710.09
13	1599.70	1775.80	1918.18	13	619.23	733.40	765.54
14	1627.67	1801.27	1954.84	14	661.87	780.63	819.36
15	1652.45	1817.63	1975.97	15	701.95	822.82	865.99
16	1678.59	1835.72	1995.58	16	743.75	865.82	912.82
	OLSQ	TSLs	LIML4		OLSQ	TSLs	LIML4
	<i>IHP</i>				<i>LFP</i>		
1	-27.78	-46.34	-56.91	1	35.51	33.77	31.43
2	29.35	40.26	51.57	2	82.81	87.07	89.47
3	28.91	46.94	52.41	3	128.92	140.20	145.17
4	48.42	65.13	68.87	4	183.41	204.14	213.36
5	47.68	63.90	65.45	5	244.39	277.34	292.99
6	34.24	48.84	47.50	6	277.42	328.48	356.67
7	29.50	44.52	39.62	7	302.00	369.26	407.94
8	29.35	42.73	35.28	8	325.16	408.59	461.61
9	22.69	35.19	26.24	9	334.07	430.31	498.04
10	30.63	43.21	34.24	10	347.28	454.92	538.02
11	37.00	50.77	40.13	11	352.00	466.94	561.42
12	36.13	50.65	40.79	12	359.59	479.23	584.64
13	42.01	56.77	47.62	13	365.08	486.73	601.31
14	47.04	62.53	53.19	14	373.69	598.20	622.66
15	46.91	62.15	52.39	15	379.86	503.39	632.35
16	59.60	74.76	64.59	16	390.59	512.87	646.22
	OLSQ	TSLs	LIML4		OLSQ	TSLs	LIML4
	<i>IIP</i>				<i>X</i>		
1	-27.10	-2.30	35.63	1	-37.38	-39.42	-54.63
2	68.92	102.12	145.27	2	-95.80	-101.23	-129.13
3	129.08	167.83	211.66	3	-138.44	-147.08	-179.52
4	151.98	191.97	236.18	4	-145.32	-154.47	-182.70
5	146.98	184.14	230.55	5	-111.06	-115.74	-131.02
6	131.42	162.46	208.78	6	-59.12	-56.46	-59.41
7	113.88	138.22	181.61	7	-21.50	-13.51	-7.24
8	99.69	117.81	156.55	8	0.92	10.69	22.69
9	83.69	97.49	134.81	9	10.45	19.35	33.94
10	75.82	86.01	121.80	10	10.74	16.95	31.87
11	70.25	78.33	109.45	11	8.05	11.14	26.67
12	57.57	64.03	94.36	12	6.06	6.41	21.39
13	51.45	55.71	83.87	13	3.98	2.57	16.81
14	46.35	48.50	75.25	14	1.80	-0.91	12.20
15	40.37	40.88	67.64	15	-0.37	-3.92	7.40
16	43.02	41.02	64.53	16	-2.77	-6.74	3.65

表3.20 (続き)

	OLSQ	TSLs	LIML4		OLSQ	TSLs	LIML4
	<i>M</i>				<i>PIIP</i>		
1	43.60	36.06	31.24	1	-0.19	-0.26	-0.29
2	74.12	64.02	57.51	2	-0.01	-0.08	-0.06
3	100.41	89.58	81.56	3	0.16	0.14	0.19
4	126.83	116.47	107.79	4	0.26	0.29	0.36
5	151.92	142.91	134.33	5	0.31	0.36	0.45
6	174.77	167.80	159.99	6	0.31	0.38	0.48
7	195.35	191.13	184.30	7	0.30	0.38	0.48
8	213.58	212.47	207.19	8	0.28	0.36	0.45
9	227.85	229.83	226.11	9	0.25	0.33	0.42
10	243.77	249.03	247.31	10	0.23	0.31	0.39
11	257.62	266.38	266.51	11	0.22	0.30	0.37
12	270.70	282.78	285.00	12	0.20	0.28	0.34
13	286.23	302.05	306.86	13	0.18	0.26	0.31
14	301.54	321.25	328.77	14	0.17	0.26	0.30
15	318.43	342.18	352.64	15	0.16	0.24	0.28
16	337.71	366.27	380.58	16	0.16	0.25	0.27
	OLSQ	TSLs	LIML4		OLSQ	TSLs	LIML4
	<i>PC</i>				<i>PGNP</i>		
1	-0.03	-0.04	-0.05	1	-0.09	-0.12	-0.14
2	-0.08	-0.10	-0.10	2	-0.09	-0.11	-0.11
3	-0.11	-0.12	-0.10	3	-0.05	-0.06	-0.03
4	-0.04	-0.02	0.02	4	0.03	0.05	0.10
5	0.02	0.07	0.13	5	0.10	0.15	0.22
6	0.07	0.14	0.21	6	0.14	0.21	0.29
7	0.10	0.17	0.25	7	0.15	0.24	0.33
8	0.10	0.19	0.27	8	0.16	0.26	0.35
9	0.10	0.19	0.27	9	0.15	0.25	0.33
10	0.09	0.18	0.26	10	0.15	0.25	0.33
11	0.09	0.18	0.25	11	0.15	0.25	0.32
12	0.08	0.17	0.24	12	0.15	0.25	0.32
13	0.08	0.17	0.23	13	0.15	0.26	0.31
14	0.08	0.17	0.22	14	0.15	0.26	0.31
15	0.08	0.17	0.21	15	0.15	0.27	0.31
16	0.08	0.17	0.21	16	0.17	0.28	0.32
	OLSQ	TSLs	LIML4		OLSQ	TSLs	LIML4
	<i>W</i>				<i>VA</i>		
1	0.86	1.17	1.30	1	0.02	0.02	0.03
2	0.68	1.22	1.61	2	0.02	0.03	0.03
3	1.15	2.16	3.04	3	0.03	0.03	0.04
4	4.21	6.10	7.67	4	0.03	0.04	0.04
5	7.94	11.17	13.47	5	0.04	0.05	0.06
6	10.41	14.79	17.73	6	0.04	0.05	0.06
7	12.82	18.30	21.66	7	0.04	0.05	0.06
8	14.77	21.13	24.89	8	0.04	0.05	0.06
9	16.42	23.47	27.59	9	0.03	0.04	0.05
10	17.80	25.45	29.86	10	0.03	0.04	0.04
11	19.22	27.35	31.88	11	0.03	0.03	0.04
12	20.65	29.24	34.04	12	0.02	0.03	0.03
13	21.95	30.91	35.88	13	0.02	0.03	0.03
14	23.35	32.73	37.92	14	0.02	0.02	0.03
15	24.51	34.09	39.30	15	0.02	0.02	0.02
16	25.89	35.70	40.97	16	0.02	0.02	0.02

大規模計量経済モデルの構造解析・解法・推定について

表3.20 (続き)

	OLSQ	TSLs	LIML4		OLSQ	TSLs	LIML4
	<i>YW</i>				<i>YC</i>		
1	31.01	42.43	47.02	1	601.01	599.18	606.25
2	23.47	42.56	56.52	2	705.56	748.79	783.95
3	41.12	76.56	108.36	3	763.00	833.95	867.95
4	154.26	221.16	278.01	4	774.66	861.95	892.96
5	292.38	408.36	491.23	5	763.78	842.93	872.94
6	385.47	542.63	648.55	6	772.79	839.87	869.28
7	478.71	675.86	797.14	7	753.09	807.41	836.56
8	554.66	784.01	919.61	8	732.06	774.23	801.28
9	619.08	873.91	1022.41	9	704.52	792.38	752.41
10	675.65	952.90	1112.62	10	687.02	699.92	724.62
11	735.82	1031.85	1197.27	11	665.85	670.54	694.95
12	797.50	1113.14	1290.23	12	645.34	635.20	653.64
13	856.04	1188.66	1374.87	13	628.31	606.81	624.08
14	919.61	1272.32	1470.42	14	612.78	577.64	587.94
15	975.16	1339.83	1542.88	15	606.05	558.12	563.50
16	1040.34	1419.00	1629.27	16	600.22	547.15	547.68
	OLSQ	TSLs	LIML4		OLSQ	TSLs	LIML4
	<i>RC</i>				<i>RBRA</i>		
1	0.02	0.02	0.03	1	0.03	0.04	0.06
2	0.05	0.06	0.10	2	0.08	0.10	0.16
3	0.09	0.12	0.19	3	0.13	0.17	0.27
4	0.14	0.19	0.30	4	0.18	0.24	0.38
5	0.19	0.26	0.41	5	0.22	0.31	0.48
6	0.24	0.33	0.51	6	0.26	0.36	0.56
7	0.28	0.38	0.58	7	0.29	0.40	0.60
8	0.31	0.42	0.64	8	0.32	0.42	0.63
9	0.34	0.45	0.68	9	0.33	0.44	0.65
10	0.36	0.48	0.71	10	0.35	0.46	0.66
11	0.38	0.50	0.73	11	0.37	0.48	0.69
12	0.40	0.53	0.76	12	0.38	0.50	0.71
13	0.42	0.55	0.79	13	0.40	0.52	0.74
14	0.44	0.58	0.82	14	0.42	0.55	0.78
15	0.47	0.61	0.87	15	0.45	0.58	0.82
16	0.49	0.64	0.91	16	0.47	0.61	0.86
	OLSQ	TSLs	LIML4		OLSQ	TSLs	LIML4
	<i>RLB</i>				<i>RSEC</i>		
1	-0.00	-0.00	-0.00	1	0.02	0.03	0.05
2	-0.00	-0.00	-0.00	2	0.05	0.07	0.12
3	-0.00	-0.00	0.00	3	0.08	0.12	0.19
4	0.00	0.00	0.01	4	0.12	0.17	0.26
5	0.01	0.01	0.01	5	0.15	0.21	0.33
6	0.01	0.01	0.02	6	0.19	0.26	0.39
7	0.01	0.02	0.02	7	0.21	0.29	0.43
8	0.02	0.02	0.02	8	0.23	0.32	0.47
9	0.02	0.02	0.03	9	0.24	0.34	0.51
10	0.02	0.03	0.03	10	0.25	0.36	0.54
11	0.02	0.03	0.03	11	0.27	0.39	0.57
12	0.03	0.03	0.03	12	0.28	0.41	0.60
13	0.03	0.03	0.03	13	0.29	0.43	0.62
14	0.03	0.03	0.03	14	0.30	0.45	0.65
15	0.03	0.03	0.03	15	0.32	0.47	0.69
16	0.03	0.04	0.04	16	0.33	0.49	0.71

表3.2 (続き)

	OLSQ	TSLs	LIML4		OLSQ	TSLs	LIML4
	<i>CURP</i>				<i>DT</i>		
1	58.04	55.68	55.36	1	401.58	387.30	379.19
2	63.85	67.72	73.48	2	515.64	518.33	519.37
3	67.66	76.93	84.84	3	593.61	603.81	587.45
4	80.55	94.89	105.35	4	684.20	695.96	655.44
5	93.29	112.64	125.66	5	745.09	750.16	676.15
6	100.33	123.56	138.63	6	754.30	743.55	628.10
7	103.95	130.42	146.23	7	732.40	702.84	542.52
8	105.55	134.34	150.48	8	693.97	640.80	437.63
9	104.19	134.00	150.00	9	637.83	550.41	301.91
10	105.01	136.21	152.45	10	590.12	466.23	174.28
11	105.94	138.12	153.36	11	544.68	384.05	50.85
12	107.11	139.89	154.66	12	499.91	301.76	-65.88
13	109.53	142.53	156.96	13	465.57	233.18	-162.62
14	112.77	146.04	159.91	14	430.37	165.59	-255.42
15	116.16	148.52	161.04	15	397.87	103.03	-340.80
16	121.81	153.71	165.08	16	373.33	43.05	-430.38

表3.21 公定歩合1%低下の効果

	OLSQ	TSLs	LIML4		OLSQ	TSLs	LIML4
	<i>GNP</i>				<i>C</i>		
1	63.906	83.680	53.539	1	22.969	36.813	25.570
2	92.211	117.383	72.227	2	36.883	53.023	35.211
3	116.789	143.055	85.961	3	48.023	63.664	40.945
4	145.922	171.977	103.586	4	58.742	73.836	47.180
5	178.438	205.023	125.094	5	70.570	85.797	55.273
6	202.492	224.922	137.844	6	80.703	95.297	61.914
7	225.977	245.664	151.492	7	90.023	104.102	67.953
8	246.648	266.023	165.844	8	98.977	112.984	74.180
9	258.102	277.195	175.438	9	106.102	119.820	79.078
10	271.289	291.031	187.938	10	112.172	126.055	84.563
11	283.094	303.695	199.187	11	119.992	135.266	91.898
12	287.922	312.523	207.078	12	127.055	144.828	99.047
13	294.914	319.930	213.859	13	133.766	153.234	105.164
14	303.789	331.305	222.813	14	141.758	163.977	113.133
15	308.141	335.336	226.180	15	149.125	172.953	119.414
16	321.078	347.570	233.469	16	157.219	182.344	125.773
	<i>IHP</i>				<i>IFP</i>		
1	26.055	27.353	16.610	1	12.042	17.957	11.883
2	25.517	25.728	15.161	2	23.654	33.687	22.064
3	27.701	26.747	15.142	3	35.768	48.586	31.187
4	34.704	32.376	18.607	4	50.538	65.974	41.676
5	39.409	36.113	21.332	5	68.870	87.188	54.571
6	42.094	38.347	23.283	6	79.355	96.352	59.896
7	44.000	39.320	24.198	7	92.080	109.863	68.748
8	44.284	39.516	24.716	8	104.463	124.289	79.089
9	43.231	37.699	23.721	9	113.130	134.976	87.850
10	43.998	38.218	24.257	10	121.491	145.818	97.265
11	47.185	41.187	26.107	11	125.484	151.261	103.212
12	46.069	41.365	25.730	12	129.176	156.739	108.871
13	47.900	42.632	26.572	13	131.207	159.435	112.407
14	50.324	45.555	28.040	14	133.986	163.313	116.847
15	50.396	45.173	27.735	15	135.301	164.672	118.703
16	55.694	49.967	30.429	16	137.888	167.100	120.932

表3.21 (続き)

	OLSQ	TSLs	LIML4		OLSQ	TSLs	LIML4
	<i>IIP</i>				<i>X</i>		
1	8.074	4.843	0.563	1	-5.265	-4.693	-2.471
2	24.810	20.406	6.686	2	-14.328	-13.098	-6.646
3	38.918	34.013	12.251	3	-23.209	-21.381	-10.609
4	47.924	42.996	16.355	4	-27.936	-25.855	-12.942
5	51.740	47.107	19.089	5	-26.141	-24.150	-12.580
6	52.331	47.834	20.419	6	-19.383	-17.391	-9.791
7	50.049	45.050	20.029	7	-11.974	-10.003	-6.583
8	47.252	41.668	19.208	8	-5.684	-3.982	-3.859
9	43.433	37.758	18.357	9	-1.584	-0.042	-2.079
10	42.468	36.490	18.410	10	1.330	1.856	-1.033
11	41.495	35.182	17.958	11	2.719	2.478	-0.541
12	38.836	33.118	17.006	12	4.012	2.716	-0.043
13	37.040	31.438	16.180	13	5.041	3.056	0.413
14	35.185	29.529	15.179	14	6.028	3.484	0.724
15	33.170	27.334	14.182	15	6.709	3.976	0.995
16	33.094	26.828	13.786	16	6.987	4.270	1.078
	OLSQ	TSLs	LIML4		OLSQ	TSLs	LIML4
	<i>M</i>				<i>PIIP</i>		
1	2.845	3.027	1.647	1	-0.012	-0.021	-0.015
2	5.801	5.986	3.134	2	0.010	-0.002	-0.007
3	9.082	9.212	4.705	3	0.037	0.027	0.006
4	12.990	13.044	6.663	4	0.056	0.050	0.017
5	17.376	17.365	8.959	5	0.066	0.063	0.025
6	21.773	21.590	11.294	6	0.070	0.072	0.033
7	26.246	26.004	13.804	7	0.068	0.073	0.037
8	30.584	30.262	16.402	8	0.062	0.069	0.038
9	34.200	33.919	18.750	9	0.054	0.062	0.039
10	37.989	37.803	21.404	10	0.046	0.055	0.039
11	41.512	41.432	24.042	11	0.039	0.049	0.038
12	44.557	44.844	26.554	12	0.033	0.044	0.037
13	47.905	48.724	29.391	13	0.024	0.037	0.035
14	51.200	52.568	32.320	14	0.017	0.031	0.033
15	54.514	56.597	35.359	15	0.011	0.025	0.030
16	58.498	61.268	38.919	16	0.004	0.019	0.028
	OLSQ	TSLs	LIML4		OLSQ	TSLs	LIML4
	<i>PC</i>				<i>PGNP</i>		
1	-0.002	-0.004	-0.003	1	-0.006	-0.010	-0.007
2	-0.004	-0.007	-0.006	2	-0.001	-0.007	-0.007
3	-0.002	-0.007	-0.007	3	0.008	0.002	-0.004
4	0.008	0.005	-0.001	4	0.020	0.016	0.003
5	0.018	0.018	0.005	5	0.030	0.029	0.010
6	0.025	0.028	0.011	6	0.036	0.040	0.017
7	0.028	0.034	0.015	7	0.038	0.045	0.022
8	0.028	0.037	0.019	8	0.037	0.048	0.026
9	0.025	0.036	0.021	9	0.033	0.045	0.028
10	0.021	0.033	0.022	10	0.028	0.042	0.029
11	0.017	0.030	0.023	11	0.025	0.039	0.030
12	0.013	0.027	0.023	12	0.021	0.037	0.031
13	0.009	0.024	0.023	13	0.016	0.033	0.031
14	0.006	0.021	0.023	14	0.013	0.031	0.031
15	0.002	0.017	0.022	15	0.010	0.029	0.031
16	-0.002	0.014	0.021	16	0.006	0.026	0.031

表3.21 (続き)

	OLSQ	TSLs	LIML4		OLSQ	TSLs	LIML4
	<i>W</i>				<i>VA</i>		
1	0.055	0.095	0.066	1	0.001	0.002	0.001
2	0.102	0.136	0.075	2	0.002	0.002	0.002
3	0.256	0.297	0.140	3	0.002	0.003	0.002
4	0.644	0.772	0.389	4	0.003	0.004	0.003
5	1.113	1.408	0.750	5	0.005	0.006	0.004
6	1.527	1.996	1.108	6	0.006	0.007	0.005
7	1.916	2.590	1.515	7	0.006	0.009	0.006
8	2.238	3.104	1.917	8	0.007	0.009	0.006
9	2.487	3.505	2.271	9	0.006	0.008	0.006
10	2.693	3.835	2.598	10	0.006	0.007	0.006
11	2.902	4.152	2.910	11	0.005	0.007	0.005
12	3.098	4.458	3.220	12	0.005	0.006	0.005
13	3.259	4.697	3.474	13	0.005	0.005	0.004
14	3.450	4.986	3.765	14	0.004	0.005	0.004
15	3.574	5.164	3.945	15	0.004	0.004	0.003
16	3.721	5.371	4.141	16	0.004	0.004	0.003
	OLSQ	TSLs	LIML4		OLSQ	TSLs	LIML4
	<i>YW</i>				<i>YC</i>		
1	2.000	3.453	2.375	1	39.236	50.227	31.995
2	3.672	4.898	2.711	2	59.518	73.181	43.997
3	9.461	10.977	5.195	3	78.781	92.877	53.664
4	24.102	28.859	14.625	4	97.307	110.925	63.785
5	41.992	53.008	28.344	5	114.358	126.055	73.499
6	58.234	75.883	42.266	6	125.463	132.782	78.295
7	74.023	99.484	58.383	7	134.042	136.884	81.643
8	87.586	120.523	74.445	8	140.132	139.996	84.733
9	98.742	137.578	88.992	9	139.963	136.878	84.410
10	108.820	152.555	102.805	10	139.897	134.826	85.756
11	119.461	167.602	116.445	11	139.470	133.972	87.284
12	129.969	182.766	130.453	12	133.740	128.260	84.507
13	139.680	196.078	142.773	13	129.794	123.125	82.124
14	150.797	211.781	157.000	14	126.407	119.378	79.748
15	159.625	223.594	167.297	15	122.169	113.723	76.369
16	169.617	237.000	178.617	16	121.996	115.359	76.952
	OLSQ	TSLs	LIML4		OLSQ	TSLs	LIML4
	<i>RC</i>				<i>RBRA</i>		
1	-0.469	-0.392	-0.209	1	-0.929	-0.752	-0.401
2	-0.721	-0.595	-0.317	2	-0.922	-0.743	-0.393
3	-0.853	-0.696	-0.368	3	-0.912	-0.730	-0.383
4	-0.918	-0.741	-0.388	4	-0.900	-0.713	-0.370
5	-0.947	-0.756	-0.392	5	-0.887	-0.696	-0.356
6	-0.955	-0.753	-0.385	6	-0.872	-0.675	-0.339
7	-0.953	-0.742	-0.373	7	-0.858	-0.657	-0.324
8	-0.947	-0.731	-0.362	8	-0.850	-0.647	-0.315
9	-0.941	-0.721	-0.353	9	-0.844	-0.639	-0.308
10	-0.938	-0.717	-0.348	10	-0.844	-0.641	-0.308
11	-0.940	-0.719	-0.348	11	-0.851	-0.650	-0.314
12	-0.941	-0.721	-0.349	12	-0.852	-0.652	-0.315
13	-0.938	-0.718	-0.345	13	-0.845	-0.643	-0.307
14	-0.937	-0.715	-0.342	14	-0.844	-0.641	-0.305
15	-0.932	-0.708	-0.335	15	-0.836	-0.629	-0.295
16	-0.926	-0.699	-0.328	16	-0.830	-0.620	-0.287

表3.21 (続き)

	OLSQ	TSLs	LIML4		OLSQ	TSLs	LIML4
	<i>RLB</i>				<i>RSEC</i>		
1	-0.010	-0.009	-0.004	1	-0.374	-0.508	-0.301
2	-0.019	-0.017	-0.007	2	-0.307	-0.376	-0.217
3	-0.029	-0.024	-0.010	3	-0.322	-0.358	-0.201
4	-0.039	-0.032	-0.014	4	-0.381	-0.400	-0.220
5	-0.049	-0.040	-0.017	5	-0.463	-0.473	-0.258
6	-0.058	-0.045	-0.018	6	-0.504	-0.504	-0.271
7	-0.066	-0.051	-0.020	7	-0.523	-0.516	-0.274
8	-0.067	-0.052	-0.021	8	-0.532	-0.521	-0.274
9	-0.068	-0.052	-0.021	9	-0.536	-0.519	-0.270
10	-0.068	-0.052	-0.021	10	-0.538	-0.521	-0.269
11	-0.067	-0.051	-0.020	11	-0.540	-0.524	-0.270
12	-0.066	-0.050	-0.019	12	-0.539	-0.521	-0.267
13	-0.065	-0.048	-0.019	13	-0.535	-0.512	-0.259
14	-0.063	-0.047	-0.018	14	-0.535	-0.512	-0.258
15	-0.062	-0.045	-0.017	15	-0.532	-0.506	-0.252
16	-0.061	-0.044	-0.016	16	-0.530	-0.501	-0.247
	OLSQ	TSLs	LIML4		OLSQ	TSLs	LIML4
	<i>CURP</i>				<i>DT</i>		
1	8.287	10.370	6.234	1	121.384	168.528	103.155
2	14.744	17.511	10.047	2	235.599	308.336	183.275
3	21.980	24.952	13.802	3	377.953	468.289	271.195
4	31.065	34.287	18.780	4	573.469	681.719	387.992
5	41.512	45.073	24.770	5	821.117	946.523	532.902
6	51.527	55.141	30.445	6	986.773	1074.367	589.008
7	61.422	65.141	36.273	7	1183.055	1250.305	674.523
8	70.960	74.979	42.232	8	1363.461	1421.469	760.969
9	80.019	84.116	47.923	9	1526.047	1576.211	839.625
10	85.911	88.633	51.231	10	1657.727	1701.016	901.570
11	91.678	93.787	54.889	11	1733.609	1772.914	936.914
12	96.645	98.835	58.333	12	1777.180	1815.555	957.273
13	100.257	102.271	60.928	13	1799.922	1832.773	963.719
14	103.828	106.041	63.623	14	1814.773	1841.180	963.148
15	104.999	107.002	64.501	15	1818.641	1831.602	951.484
16	108.596	110.531	66.775	16	1852.219	1853.398	953.820

回りや貸出金利などの機会費用の増大の効果と、定期性預金利と機会費用の差の効果が同時推定法ではより大きく推定されることによる。

一方、公定歩合の引き下げに伴う効果は、最小二乗法・二段階最小二乗法と制限情報最尤法では著しく異なる。これは、現先レート of 推定結果（表3.16）の公定歩合RDISの係数の違いによる。制限情報最尤法の推定値は最小二乗法の推定値の半分程度である。日本経済モデルでは、公定歩合は現先レートを通してコールレ

トや金融債利回り、貸出金利などに影響を及ぼす。したがって、その係数が異なれば、経済全体に対する効果も異なることになる。公定歩合の引き下げは金利体系全体を下げ、住宅投資や民間企業設備投資を拡大させる一方で、利子所得を減少させて消費支出の増大を押さえる効果がある。推定方法による差は基本的には現先レートへの波及効果の程度をどのように推定するか依存している。