

## 12 わが国の均衡実質金利

鎌田康一郎

### 要 旨

均衡実質金利を推計するには、さまざまなアプローチがある。本稿の目的は、代表的な手法を複数取り上げ、それらの理論的背景と具体的な計算手順を紹介すると共に、実際のデータを当てはめることによって、わが国の均衡実質金利を推計することにある。また、「モデル選択の不確実性」（推計に用いるモデルによって結果が著しく異なるという問題）と「リアルタイム推計の問題」（データの改訂・追加にともなって推計値が変化するという問題）という2つの観点から、均衡実質金利の不確実性を定量的に把握することを試みる。



## 1 はじめに

均衡実質金利とは、実際の生産量を潜在的な生産量に一致させ、それによって物価を安定させる実質金利のことである。実際の実質金利が均衡実質金利を上回ると、生産量が潜在水準を下回り、物価の下落やインフレ率の低下が起こる。逆に、実際の実質金利が均衡実質金利を下回ると、生産量が潜在水準を上回り、物価の高騰やインフレ率の上昇を招く。こうした性質を備えた均衡実質金利には、中央銀行が金利政策を遂行する際の参照点として機能することが期待されている。さらに、均衡実質金利は、景気や潜在成長率と共に変動すると考えられており、経済活動の強さを示す指標であると解釈することも可能である。

均衡実質金利は、自然利子率とも呼ばれ、古くから経済学者の関心を集めてきた。市場で観察される利子率が自然利子率から乖離すると、物価の高騰あるいは下落が起こるという Wicksell [1898] の「累積過程」の議論は、この分野の先駆けであり、最も重要な理論的貢献である。1990年代に入ると、ニュー・ケインジアンと呼ばれる学派によって金融政策分析の分野で革新が起こり、また、インフレーション・ターゲティングと呼ばれる政策枠組みを採用する国が増えたこともあって、均衡実質金利は再び脚光を浴びるようになった<sup>1)</sup>。とくに、米国では、Bomfim [1997]、Orphanides and Williams [2002]、Laubach and Williams [2003]、Clark and Kozicki [2005] など、連銀エコノミストが中心になって、均衡実質金利の計測が盛んに行われてきた。対照的に、わが国における計測例は、小田・村永 [2003] を除いて、きわめて少ない。

均衡実質金利を推計するために、さまざまな手法が開発されてきた。一口

1) Woodford [2003] は、この分野の代表的文献であり、ウィクセルの自然利子率を再解釈することによって、金融政策における理論的發展に貢献した。

に均衡実質金利といっても、HP フィルター (Hodrick and Prescott[1997]) を用いて、実質金利のトレンドを求めるという単純な方法から、ミクロ的基礎づけを持った経済モデルをベースに、価格が完全に伸縮的な場合に成立する実質金利を求める DSGE (Dynamic Stochastic General Equilibrium) モデルまで、その推計手法には幅広いバリエーションがある。いずれの手法も一長一短であり、均衡実質金利という場合、どのように計測されたものを指すのか、コンセンサスがある訳ではない。また、計測手法の違いによって推計値に大きな差が出ることも、均衡実質金利が現実の政策運営の場で積極的に活用されてこなかった理由の1つである。本稿の目的は、さまざまな手法を用いて、わが国の均衡実質金利を推計し、主に不確実性の観点から、その有用性を吟味することにある。

本稿の構成は以下のとおりである。第2節では、HP フィルターに代表される「低域通過フィルター」(Low-Pass Filter) を用いて、実質金利のトレンドを抽出し、これを均衡実質金利とみなす手法を紹介する。第3節では、フィリップス曲線と IS 曲線から、均衡実質金利を推計する Laubach-Williams の手法とその改良の試みについて解説する。第4節では、HK フィルター (Hirose-Kamada フィルター) を用いて NAILO (Non-Accelerating Inflation Level of Output) を推計し (鎌田・廣瀬[2003])、それに基づいて均衡実質金利を推計する手法を紹介する。これと併せて、インフレ率を加速も減速もさせない実質金利である NAIRI (Non-Accelerating Inflation Rate of Interest) についても解説する (鎌田[2005])。第5節では、構造 VAR を用いた均衡実質金利の推計法について説明する。第6節では、DSGE モデルを用いて、均衡実質金利を価格が完全に伸縮的な環境における実質金利として算出する。第7節では、さまざまな手法によって推計された均衡実質金利を総合し、1980 年代以降のわが国の経済情勢と金融環境について考察を加える。第8節は結びである。

## 2 低域通過フィルター

一般に、時系列データは、さまざまな長さの波を加重平均したものとして表現することができる。長い波は低周波と呼ばれ、低域通過フィルターとは、

時系列データから低周波を取り出すフィルターのことである。HP フィルターは、そうした低域通過フィルターの一種であり、経済学の分野では、時系列のトレンドを抽出する手法として頻繁に利用されている。均衡実質金利を計測する最も簡便な方法は、この低域通過フィルターを用いて、実質金利のトレンドを抽出し、それを均衡実質金利とみなすものである<sup>2)</sup>。

実質金利をフィルターを通して均衡値を類推するという方法には、それなりの根拠がある。仮に、中央銀行が、物価高騰や需要超過に対して政策金利を引き上げ、物価下落や供給超過に対して政策金利を引き下げるという行動を不断にとっているならば、結果的に、実際の実質金利は均衡実質金利の周りを変動することとなる。換言すると、均衡実質金利は、実際の実質金利のトレンドになっているはずである。

具体的なイメージをつかむために、次のテイラー・ルール (Taylor[1993]) を考える。

$$i_t = r_t^* + \pi_t + \alpha_\pi(\pi_t - \pi^*) + \alpha_x x_t \quad (12.1)$$

ただし、 $i$  は政策金利としての名目短期金利、 $\pi$  はインフレ率、 $\pi^*$  は目標インフレ率、 $x$  は需給ギャップ、そして、 $r^*$  が均衡実質金利である ( $t$  は時間に関する添え字)<sup>3)</sup>。単純化のために、来期の期待インフレ率を今期のインフレ率 ( $\pi_t$ ) で代用すると、

$$r_t = r_t^* + \alpha_\pi(\pi_t - \pi^*) + \alpha_x x_t \quad (12.2)$$

ただし、 $r$  は実質短期金利である。右辺第 2, 3 項が循環成分に対応していると考え、実質金利をフィルターに通せば、右辺第 1 項の均衡実質金利が得られるはずである。

本節では、経済学の実証分析で比較的馴染みが深いものとして、BK フィルター (Baxter and King[1999])、HP フィルター、ES (Exponential Smooth-

2) 第 3 節以下で紹介するより高度な手法は、推計結果の安定性という点で大きな問題を抱えていることが多い。本節で紹介する単純なフィルターは、非常にプリミティブではあるが、必ず何らかの結果を得られるという長所を備えている。

3) Taylor[1993]のオリジナルの定式化では、均衡実質金利は固定されている。しかし、小田・村永[2003]が指摘しているように、ほぼ一定率で成長してきた米国ならともかく、戦後 60 年の間に成長率が大きく変化してきた日本にこの仮定を適用するのは現実的とは言えない。

ing) フィルター (King and Rebelo[1989]) の3つを紹介する.

## 2.1 BK フィルター

BK フィルターは、ある時系列が、趨勢成分 (トレンド)、循環成分 (サイクル)、誤差 (ノイズ) という3つから構成されており、それぞれが長周期、中周期、短周期の波に対応していると仮定する。Baxter-King は、景気循環を抽出するために、Burns and Mitchell[1946]の古典的な研究を参考に、循環成分に対応する周期を6-32 四半期とし、それよりも長い周期のものを趨勢成分、それよりも短いものを誤差と定義した。BK フィルターは、これらの成分をできるだけ正確に抽出するようにデザインされたものである。たとえば、周期が  $p_{BK}$  を超える成分を抽出するフィルターを  $\{a_h\}_{h=-K}^K$  と表すと、均衡実質金利を次のように算出することができる。

$$r_t^* = \sum_{h=-K}^K a_h r_{t+h} \quad (12.3)$$

$$a_h = b_h + \theta \quad \text{for } h = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm K$$

$$b_0 = \frac{\omega}{\pi} \quad \text{and} \quad b_h = \frac{\sin(h\omega)}{h\pi}$$

$$\theta = \frac{1 - \sum_{h=-K}^K b_h}{2K + 1}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{p_{BK}}$$

ただし、 $K$  はフィルターの長さを決めるパラメータであり、Baxter-King では  $K=12$  が推奨されている。

景気循環の長さが日本と米国で一致している保証はない。戦後わが国の景気循環の周期性について、内閣府が公表している『景気基準日付』を参照すると、最短で31カ月 (第8循環: 1975年3月-1977年10月)、最長で83カ月 (第11循環: 1986年11月-1993年10月) となっている (平均は50カ月、17四半期)。したがって、わが国の場合、10-28 四半期の周期性を持った波を景気循環、それよりも長い周期性を持った波をトレンドと考えればよいだろう。

実際の実質金利から均衡実質金利を差し引いた「金利ギャップ」は、実質金利の循環成分に相当し、中央銀行の政策スタンスを表すと考えられる。金利政策は、景気を均すことを通じて物価の安定を図るものであり、政策スタンスのスパンが景気循環を超えることは稀であると考えられる。したがって、実質金利の循環成分の周期性も、景気循環とほぼ同じ、あるいは、それより短いと考えてよい。

次に、 $p_{BK}$  の選択について考えよう。最長周期を用いて、 $p_{BK}=28$  とするのが選択肢の1つである。しかし、28 四半期（つまり7年）もの長期にわたって持続する景気循環は何度も起こるものではない。したがって、28 四半期の波のうち、実質金利の循環成分に含めてよい割合は小さいと考えるべきである。時系列分析では、ある周期の波のうち何%がフィルターを通過するかを示す指標を「ゲイン」と呼ぶ。 $p_{BK}=28$  のBK フィルターの場合、28 四半期周期の波のゲインを計算すると44%になる。つまり、このフィルターを用いると、実質金利を構成する28 四半期周期の波のうち、循環成分に含められる割合が56%とかなりの割合になることを意味している。この割合を小さくするためには、 $p_{BK}$  を小さくとるとよい。たとえば、 $p_{BK}=18$  とすると、28 四半期の波のうち循環成分に含まれる割合を1割に抑えることができる。

## 2.2 HP フィルターと ES フィルター

HP フィルターは、ある時系列が、趨勢成分（トレンド）と循環成分（サイクル）の2つの成分からなっていると仮定する。また、トレンドは「滑らかに」しか変化せず、原系列はトレンドから大きく乖離することはない（つまり、循環成分が極端に大きくなることがない）と考える。HP フィルターは、これら2つの条件をバランスさせるため、次式を最小化する  $r^*$  をトレンドとして抽出する。

$$V_{HP} \equiv \sum_{t=1}^T (r_t - r_t^*)^2 + \lambda_{HP} \sum_{t=2}^{T-1} (\Delta r_{t+1}^* - \Delta r_t^*)^2 \quad (12.4)$$

ただし、 $\lambda_{HP}$  は「スムーズ度」と呼ばれるパラメータで、分析者によって外生的に与えられる<sup>4)</sup>。

HP フィルターと似て非なるものに、ES フィルターがある。これは、次

式を最小化する  $r^*$  をトレンドと定義するものである。

$$V_{ES} \equiv \sum_{i=1}^T (r_i - r_i^*)^2 + \lambda_{ES} \sum_{i=1}^{T-1} (r_{i+1}^* - r_i^*)^2 \quad (12.5)$$

これは、トレンドが「滑らかに」しか変化しないという HP フィルターの条件をトレンドが「少しずつ」しか変化しないという条件に置き換えたものである。一般に、トレンドが I (2) であるときには HP フィルター、I (1) であるときには ES フィルターを用いるのが望ましいとされる。均衡実質金利は、I (1) と I (0) のいずれかであると考えられるので、ES フィルターを用いて推計するのが望ましい。

もちろん、HP フィルターや ES フィルターについてもゲインを計算することができる (Kaiser and Maravall[2001])。図表 12-1 は、さまざまな  $\lambda_{HP}$  と  $\lambda_{ES}$  について、ゲインが 10%、50%、90% となる波の周期を示したものである。HP フィルターの場合、 $\lambda_{HP}=1600$  とすると、23 四半期周期の波のわずか 10% しか HP フィルターを通過しないことがわかる。つまり、実質金利の動きのうち、持続性の高い波のほとんどが、循環成分に含められてしまう。そこで、小さ目の  $\lambda_{HP}$  を選択することにしよう。たとえば、 $\lambda_{HP}=50$  とすれば、29 四半期周期の波のうち循環成分に含められる割合を 1 割にまで削減することができる。ES フィルターの場合は、 $\lambda_{ES}=2$  とすれば、27 四半期周期の波のうち循環成分に含められる割合を 1 割にまで削減することができる。

## 2.3 推計結果

図表 12-2 は、3つの低域通過フィルターを用いて、均衡実質金利を推計したものである<sup>5)</sup>。図中、細目の実線が実際の実質金利であり、太目の実線は BK フィルター ( $\lambda_{BK}=18$ )、破線は HP フィルター ( $\lambda_{HP}=50$ )、点線は ES フィルター ( $\lambda_{ES}=2$ ) で推計されたものである<sup>6)</sup>。ES フィルターを用い

4) Hodrick and Prescott[1997]は、四半期データを扱う際には、 $\lambda_{HP}=1600$  を用いることを推奨している。ちなみに、月次データの場合は 14400、年次データの場合は 100 である。

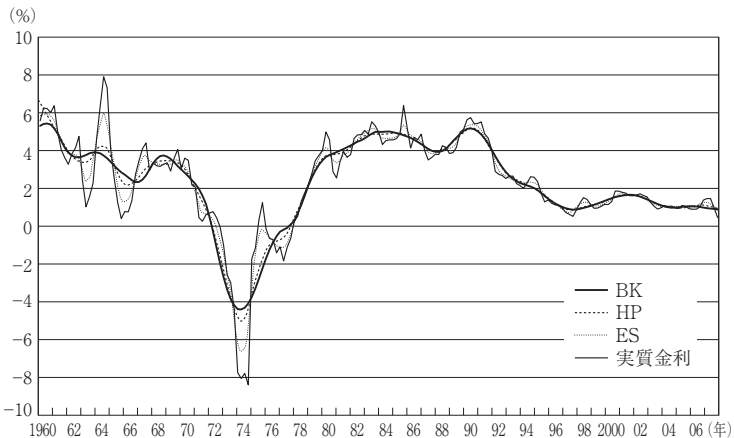
5) 推計期間は 1960 年第 1 四半期-2008 年第 1 四半期である。推計には、名目金利として無担保コールレート (オーバーナイト物) を用いた (1985 年第 2 四半期以前は有担保コールレートに、1985 年第 3 四半期-1995 年第 4 四半期における無担保コールレートとの平均スプレッドを加えて作成)。また、ここでは、消費者物価指数 (生鮮食品を除く総合、1969 年以前は季節商品を除く総合、季節調整済・消費税調整済) の前年比を期待インフレ率の代理変数として実質金利を算出した。



図表 12-1 HP フィルターと ES フィルターのゲイン

HP フィルター				ES フィルター			
$\lambda_{HP}$	10%	50%	90%	$\lambda_{ES}$	10%	50%	90%
1	3	6	11	1	—	6	19
2	4	7	13	2	—	9	27
10	6	11	19	10	6	20	60
50	9	17	29	50	15	44	133
100	11	20	34	100	21	63	188
1,000	20	35	61	1,000	66	199	596
1,600	23	40	69	1,600	84	251	754
4,000	29	50	87	4,000	132	397	1,192
10,000	36	63	109	10,000	209	628	1,885
100,000	64	112	194	100,000	662	1,987	5,961
400,000	91	158	274	400,000	1,325	3,974	11,922

図表 12-2 低域通過フィルターによる均衡実質金利



て推計した均衡実質金利は、他の2つの推計値よりも振幅が大きいのが特徴である。ただし、1990年代後半以降は、いずれのフィルターを用いても結果に大きな差はなく、しかも、均衡実質金利と実際の実質金利の差がほぼゼロ

6)  $K=12$  のBKフィルターを用いる場合、最初と最後の12四半期については推計値を計算できない。そこで、本稿では、サンプルの前後12四半期の実質金利をARモデルを用いて予想し、得られた予想値で延長した系列にBKフィルターを適用することによって、均衡実質金利を算出した。

口になっている。これは、ここで用いた3つのフィルターの基本的な機能が、実際の実質金利の移動平均を計算することにより、したがって、実際の実質金利が低位安定化すれば、均衡実質金利の推計値も低位安定化するからである。

また、1990年代後半の実質金利のトレンドを均衡実質金利と考えるのには無理がある。資産バブル崩壊後、日本銀行は、数次にわたって金融緩和を執行し、1999年には「ゼロ金利政策」、2001年には「量的緩和政策」を採用するに至った。政策金利がゼロ制約に直面すると、実質金利はデフレ率に等しくなり、中央銀行の意図を反映しなくなる。中央銀行が政策金利を自由にコントロールできない場合、実際の実質金利から均衡実質金利を類推することはできない<sup>7)</sup>。

### 3 Laubach-Williams モデルとその改良

本節では、「需給を一致させ、物価を安定化する実質金利」という均衡実質金利の定義を明示的に組み込んだ方程式を推計することによって均衡実質金利を推計する手法を紹介する。Laubach and Williams[2003]は、そうした試みの代表的なもので、フィリップス曲線とIS曲線から、観察不可能な変数である潜在産出量と均衡実質金利をカルマン・フィルターを用いて推計する。ただし、かれらの手法に基づく均衡実質金利の推計結果は、現実の政策の場で利用するには、あまりに不確実かつ不安定であることが知られている。本節では、実践的な観点からLaubach-Williamsモデルの改良を試みたClark and Kozicki[2005]のモデルについても紹介することとしたい。

#### 3.1 Laubach-Williams モデル

Laubach and Williams[2003]は、次のようなフィリップス曲線とIS曲線を考える。

$$\pi_t = b_1 \pi_{t-1} + b_2 \sum_{i=2}^4 \frac{\pi_{t-i}}{3} + (1 - b_1 - b_2) \sum_{i=5}^8 \frac{\pi_{t-i}}{4}$$

7) この他、中央銀行の政策目標が景気や物価以外にある場合も、実質金利のトレンドを均衡実質金利とみなすことができなくなる。

$$+ k(y_{t-1} - y_{t-1}^*) + b_3(\pi_t^I - \pi_t) + b_4(\pi_t^O - \pi_t) + \varepsilon_t^\pi \quad (12.6)$$

$$y_t = y_t^* + a_1(y_{t-1} - y_{t-1}^*) + a_2(y_{t-2} - y_{t-2}^*) \\ - \frac{s(r_{t-1} - r_{t-1}^* + r_{t-2} - r_{t-2}^*)}{2} + \varepsilon_t^y \quad (12.7)$$

ただし、 $\pi$  は一般物価インフレ率、 $\pi^I$  は輸入物価インフレ率、 $\pi^O$  は原油価格のインフレ率である。また、 $y$  は実際の産出量、 $y^*$  は潜在産出量であり、需給ギャップは  $x \equiv y - y^*$  で定義される。 $\varepsilon^\pi$  と  $\varepsilon^y$  は誤差項である。それぞれの式が、需給ギャップと均衡実質金利の定義に対応していることに注意されたい<sup>8)</sup>。(12.7) 式では、需給ギャップに影響を及ぼすのは、過去半年間の金利ギャップの平均値であり、また、需給ギャップは粘着的に変動すると仮定されている<sup>9)</sup>。

上式の  $y^*$  と  $r^*$  は、観察不可能な変数であり、それらの推計にはカルマン・フィルターを用いるのが一般的である。カルマン・フィルターを用いるには、これら 2 変数の振舞いを予めモデル化しておく必要がある。Laubach-Williams モデルでは、次のような定式化が用いられている。

$$y_t^* = y_{t-1}^* + g_{t-1} + \varepsilon_t^{y^*} \quad (12.8)$$

$$g_t = g_{t-1} + \varepsilon_t^g \quad (12.9)$$

$$r_t^* = c g_t + z_t \quad (12.10)$$

$$z_t = z_{t-1} + \varepsilon_t^z \quad (12.11)$$

ここで、 $\varepsilon^{y^*}$  は潜在成長率に対する一時的なショックである。 $g$  は潜在成長率のトレンドを表しており、それに対するイノベーション  $\varepsilon^g$  は、潜在成長率に対する永続的なショックになっている。 $z$  は均衡実質金利の水準に影響を及ぼすその他すべての要素（たとえば時間選好率）を総合したものである。本稿では、イノベーション  $\varepsilon^z$  が  $z$  に対して永続的な効果を発揮すると仮定しているが、代わりに定常プロセスを仮定することも考えられる。

8) 一般に、IS 曲線とは、実質 GDP と金利の負の関係を表したものであるが、本節では、需給ギャップと金利ギャップの関係を表すものとする。

9) 外需の影響を強く受ける日本経済をモデル化するには、産出量の決定要因として、海外経済の役割を明示的に考慮することも有益であろう。その場合、たとえば、世界需給ギャップ (Borio and Filardo [2007]) や実質実効為替レートの均衡値からの乖離率を説明変数として (12.7) 式に加えることが考えられる。

Laubach-Williams モデルの特徴の 1 つは、潜在成長率と均衡実質金利の間に、(12.10) 式で表される関係を仮定する点にある。新古典派の成長理論では、 $\sigma$  を異時点間の消費の代替の弾力性、 $\theta$  を時間選好率とすると、実質金利  $r$  と 1 人当たり消費の増加率  $g_c$  の間に、 $r = g_c / \sigma + \theta$  という関係が成立する。(12.10) 式は、これを均衡実質金利と潜在成長率の関係に置き換えたもので、 $c$  は異時点間の消費の代替の弾力性の逆数（または、相対的リスク回避度）、 $z$  は時間選好率に対応する。

(12.10) 式を (12.7) 式に代入すると、(12.6) 式と (12.7) 式を観察方程式、(12.8) 式、(12.9) 式、(12.11) 式を状態方程式として、状態変数  $y^*$ 、 $g$ 、 $z$  をカルマン・フィルターを用いて求めることができる。その他のパラメータは、最尤法を用いて推計することができる。最後に、得られた  $c$ 、 $g$ 、 $z$  の推計値を (12.10) 式に代入すれば、均衡実質金利の推計値が得られる。

### 3.2 Clark-Kozicki による改良

Laubach and Williams[2003] 自身が述べているように、彼らの均衡実質金利の推計結果は、現実の政策の場で実際に利用するには、あまりに不確実かつ不安定である。これにはさまざまな原因が考えられるが、潜在成長率と均衡実質金利の間に想定された (12.10) 式が、現実のデータと整合的でない点がしばしば指摘される<sup>10)</sup>。この問題は、 $c$  の推計値が負になったり、きわめてゼロに近くなったりすることで顕現化する。Clark and Kozicki[2005] は、こうした事実を踏まえ、潜在成長率と均衡実質金利の関係を断ち切ることを提案している（すなわち、 $c=0$ ）。これは、(12.10) 式と (12.11) 式を次式で置き換えることを意味している。

$$r_t^* = r_{t-1}^* + \varepsilon_t^{r^*} \quad (12.12)$$

この場合、(12.6) 式と (12.7) 式を観察方程式、(12.8) 式、(12.9) 式、(12.12) 式を状態方程式として、状態変数  $y^*$ 、 $g$ 、 $r^*$  をカルマン・フィルターを用いて求めることができる。その他のパラメータは、最尤法を用いて

10) (12.10) 式をオイラー方程式とみなす場合、実証結果が理論的な予想と整合的でない点は、日米共通に観察される問題である（たとえば、齊藤[2007]を参照）。

推計することができる。以下、この改良モデルを Clark-Kozicki I と呼ぶ。

さらに、Clark and Kozicki[2005]は、次のような改良を提案している。いま、需給ギャップの値が、別のデータ・ソースから与えられていたとする。たとえば、米国では議会予算局（CBO: Congressional Budget Office）が需給ギャップの値を推計している。わが国の場合は日本銀行が、比較的長期にわたって GDP ギャップ（実質 GDP の潜在水準からの乖離率）の値を推計している。これを  $x$  とすると、(12.7) 式を次のように書き換えることができる。

$$x_t = a_1 x_{t-1} + a_2 x_{t-2} - \frac{s(r_{t-1} - r_{t-1}^* + r_{t-2} - r_{t-2}^*)}{2} + \varepsilon_t^x \quad (12.13)$$

この場合、均衡実質金利を推計するのにフィリップス曲線は不要になる。したがって、(12.13) 式を観察方程式、(12.12) 式を状態方程式とすれば、状態変数  $r^*$  をカルマン・フィルターを用いて求めることができる。その他のパラメータは、最尤法を用いて推計することができる。以下、この改良モデルを Clark-Kozicki II と呼ぶ。

### 3.3 推計結果

Laubach-Williams モデルや Clark-Kozicki モデルの推計には、カルマン・フィルターを用いるのが一般的である。このとき、 $g$  や  $z$  のイノベーションの標準偏差がゼロと推計されることがある。これは「pile-up 問題」と呼ばれ、カルマン・フィルターを用いる際にしばしば直面する問題である。本稿でも、Laubach-Williams モデルの  $z$ 、Clark-Kozicki モデル（I と II）の  $r^*$  について、pile-up 問題が生じた。このため、Laubach and Williams[2003]に倣って、Stock and Watson[1998]の Median Unbiased Estimator (MUE) を用いて、これらの変数のイノベーションの標準偏差を求めた<sup>11)</sup>。

図表 12-3 は、カルマン・フィルターによる推計結果をまとめたものである。いずれのモデルを用いた場合も、フィリップス曲線と IS 曲線共に、理論的に予想される符号条件のすべてを満たしている。図表 12-4 は、均衡実質金利の推計値である<sup>12)</sup>。図中、細目の実線が実際の実質金利であり、太

11) 小田・村永[2003]では、潜在成長率のイノベーションの標準偏差を MUE で推計している。本稿では、サンプルを長くしたこともあって、この点に関する pile-up 問題は発生しなかった。

図表 12-3 Laubach-Williams モデルと Clark-Kozicki モデルの推計結果

	Laubach-Williams		Clark-Kozicki I		Clark-Kozicki II	
	推計値	t 値	推計値	t 値	推計値	t 値
$a_1$	0.63	2.75	0.68	3.07	1.38	16.88
$a_2$	0.11	1.06	0.06	0.51	-0.42	-5.15
$s$	0.04	1.43	0.04	1.41	0.03	1.85
$b_1$	0.24	2.26	0.25	2.48		
$b_2$	0.67	3.55	0.64	3.64		
$k$	2.96	1.75	2.69	1.79		
$b_3$	0.01	0.98	0.01	1.01		
$b_4$	0.01	4.06	0.01	4.08		
$c$	0.86	2.05				
$\sigma(\varepsilon^y)$	0.44	2.66	0.48	2.81	0.43	12.55
$\sigma(\varepsilon^\pi)$	1.50	5.26	1.54	6.05		
$\sigma(\varepsilon^{y*})$	0.67	5.33	0.65	4.79		
$\sigma(\varepsilon^g)$	0.23	3.00	0.23	2.74		
$\sigma(\varepsilon^z)$	0.92					
$\sigma(\varepsilon^{r*})$			1.17		0.75	
MUE	$\lambda_z=0.065$		$\lambda_{r*}=0.064$		$\lambda_{r*}=0.042$	

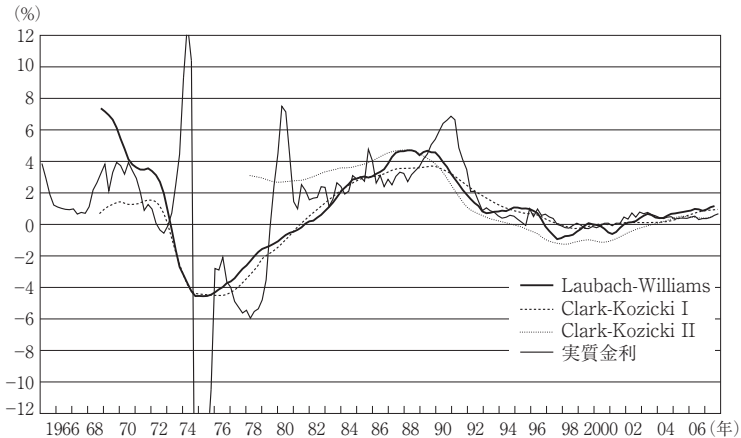
注)  $\lambda_z=(\sigma(\varepsilon^z)/\sigma(\varepsilon^y))s/\sqrt{2}$ ,  $\lambda_{r*}=(\sigma(\varepsilon^{r*})/\sigma(\varepsilon^y))s/\sqrt{2}$

目の実線が Laubach-Williams モデル、破線が Clark-Kozicki I モデル、点線が Clark-Kozicki II モデルに基づく推計結果である。前節での推計結果と比べ、均衡実質金利が実際の実質金利から乖離しつつ大きな波を描いている点特徴的である。これは、本節の手法によって得られた均衡実質金利が、前節よりも長い周期の波を捉えていることを意味している。

なお、ここでの結果は、パラメータの初期値、状態変数の初期値、分散・共分散行列の初期値など、さまざまな設定に敏感に反応するため、必ずしも頑健とは言えないことに留意されたい。Laubach-Williams 自身、均衡実質金利の推計値は、不確実性があまりに大きいため、実践には向かないと述べている。わが国で使用する場合にも事情は同じであり、ここで得られた推計

12) 推計期間は、Laubach-Williams モデルと Clark-Kozicki I モデルが 1968 第 4 四半期-2007 年第 4 四半期、Clark-Kozicki II モデルが 1978 年第 2 四半期-2007 年第 4 四半期である。推計に用いた名目金利は無担保コールレート（オーバーナイト物）であり、週及方法は前節で説明したとおりである。また、実質金利を求める際、消費者物価指数（生鮮食品を除く総合、1969 年以前は季節商品を除く総合、季節調整済・消費税調整済）の 1 年後の前年比インフレ率を予測する AR モデルを推計し、それに基づいて期待インフレ率を算出した。Laubach-Williams モデルと Clark-Kozicki I モデルを推計する際、実際の産出量として実質 GDP を用いた。また、Clark-Kozicki II モデルを推計する際、需給ギャップとして日本銀行作成の GDP ギャップを用いた。

図表 12-4 Laubach-Williams モデルと Clark-Kozicki モデルによる均衡実質金利



結果はかなり不安定であることを十分に認識しておく必要がある。たとえば、消費の金利弾力性については、通常は1近傍の値が望ましいとされ、今回のLaubach-Williamsモデルに基づく推計値も0.86となっており、1に近い結果が得られている。しかし、消費の金利弾力性の推計値は、サンプル期間を少し変更しただけで、極端に小さくなったり、ときには、マイナスになったりする。消費の金利弾力性が小さくなると、均衡実質金利の推計値の変動が異常に高まり、その結果、均衡実質金利の不確実性がいっそう高まる。

#### 4 NAILO と NAIRI

実証結果に示されたとおり、Laubach-WilliamsモデルやClark-Kozickiモデルでは、実質金利の変動のうち、比較的周期の長い波が均衡実質金利として抽出された。第2節でも指摘したように、金融政策スタンスの変更の周期が、景気循環の周期よりも長いというのは、中央銀行の政策目標と手段との間の整合性がとれていない。こうした結果が得られる原因は、Laubach-WilliamsモデルやClark-Kozickiモデルがカルマン・フィルターを用いて推計されているという点にある可能性が高い。

本節では、カルマン・フィルターの代わりに、HKフィルターを用いて、

モデルを推計することとする。このフィルターを用いれば、潜在産出量や均衡実質金利を計算する際に、HP フィルターや ES フィルターと同様、特定の周期を持った波、たとえば、カルマン・フィルターよりも周期の短い波を指定して抽出することができる。また、カルマン・フィルターでリーズナブルな推計値を得るためには、パラメータの初期値、状態変数の初期値、分散・共分散行列の初期値など、さまざまな設定をうまく揃える必要があったが、HK フィルターはそうした初期設定に対して頑健であるという長所を備えている。

本節では、鎌田・廣瀬[2003]で導入された NAILO をベースに、同様の手法を均衡実質金利の推計にまで拡張した推計法を紹介する。次に、NAILO の推計をスキップして、インフレ率と金利ギャップの関係から直接的に均衡実質金利を推計する NAIRI と呼ばれる均衡実質金利を紹介する。

#### 4.1 NAILO ベースの均衡実質金利

次のようなフィリップス曲線と IS 曲線を考えよう。

$$\begin{aligned} \pi_t &= \sum_i b_i \pi_{t-i} + k(y_t - y_t^*) + \varepsilon_t^\pi, \quad \sum_i b_i = 1 \\ \Rightarrow \Delta \pi_t &= \sum_i d_i \Delta \pi_{t-i} + k(y_t - y_t^*) + \varepsilon_t^\pi \end{aligned} \quad (12.14)$$

$$x_t = \sum_i a_i x_{t-i} - s(r_{t-1} - r_{t-1}^*) + \varepsilon_t^x \quad (12.15)$$

ただし、 $x \equiv y - y^*$  である。鎌田・廣瀬モデルでは、(12.14) 式の  $y^*$  をとくに NAILO と呼んでいる。ここでのモデルは、潜在成長率と均衡実質金利の間に制約を課しておらず、したがって、前節で紹介した Clark-Kozicki I モデルと基本的に同じ構造を備えていると考えてよい。 $\varepsilon^\pi$  と  $\varepsilon^x$  は誤差項である。

HK フィルターとは、次の評価関数を最小化するように、 $y^*$ 、 $r^*$  とフィリップス曲線と IS 曲線のパラメータを決定するものである。

$$V_{PH} \equiv \sum_{t=1}^T [\Delta \pi_t - \sum_i d_i \Delta \pi_{t-i} - k(y_t - y_t^*)]^2 + \lambda_{PH} \sum_{i=2}^{T-1} (\Delta y_t^* - \Delta y_{t-1}^*)^2 \quad (12.16)$$

$$V_{IS} \equiv \sum_{t=1}^T [x_t - \sum_i a_i x_{t-i} + s(r_{t-1} - r_{t-1}^*)]^2 + \lambda_{IS} \sum_{i=2}^T (r_t^* - r_{t-1}^*)^2 \quad (12.17)$$



これらの評価関数は HP フィルターや ES フィルターに類似している。実際、これらは次のような形に変形することができる。

$$\tilde{V}_{PH} \equiv \frac{\tilde{V}_{PH}}{k^2} = \sum_{i=1}^T (\tilde{y}_t - y_t^*)^2 + \tilde{\lambda}_{PH} \sum_{i=2}^{T-1} (\Delta y_i^* - \Delta y_{i-1}^*)^2 \quad (12.18)$$

$$\tilde{V}_{IS} \equiv \frac{\tilde{V}_{IS}}{s^2} = \sum_{i=1}^T (\tilde{r}_{t-1} - r_{t-1}^*)^2 + \tilde{\lambda}_{IS} \sum_{i=2}^T (r_i^* - r_{i-1}^*)^2 \quad (12.19)$$

ただし、

$$\tilde{y}_t = y_t - \frac{\Delta \pi_t - \sum_i d_i \Delta \pi_{t-i}}{k} \quad (12.20)$$

$$\tilde{\lambda}_{PH} = \frac{\lambda_{PH}}{k^2} \quad (12.21)$$

$$\tilde{r}_{t-1} = r_{t-1} + \frac{x_t - \sum_i a_i x_{t-i}}{s} \quad (12.22)$$

$$\tilde{\lambda}_{IS} = \frac{\lambda_{IS}}{s^2} \quad (12.23)$$

(12.18) 式を最小化する際、 $(k, d_1, d_2, \dots)$  と  $y^*$  について同時に最小化するよりも、両者について交互に最小化する方が効率的である。いま、 $(k, d_1, d_2, \dots)$  を所与とすると、(12.20) 式を用いて、観察可能なデータから系列  $\tilde{y}$  を求めることができる。この系列にスムーズ度が  $\tilde{\lambda}_{PH}$  である HP フィルターを適用すれば、 $y^*$  を求めることができる。次に、 $y^*$  を所与とすると、(12.16) 式の第 2 項は一定値になることに注意しよう。したがって、 $(k, d_1, d_2, \dots)$  は、OLS を用いて求めることができる。このプロセスを収束するまで続ける。 $y^*$  が求まれば、 $x \equiv y - y^*$  であるから、HP フィルターを ES フィルターに置き換え、同様のプロセスを繰り返せば、 $(s, a_1, a_2, \dots)$  と  $r^*$  について (12.19) 式を最小化することができる。

## 4.2 NAIRI モデル

これまで説明した方法に共通するのは、均衡実質金利を推計する前、あるいは、それと同時に、潜在産出量を推計する必要があるという点である。潜在産出量は直接観察できない変数であるから、その推計には誤差をとまなう。当然、その計測誤差は、均衡実質金利の推計値に忍び込んでいく。仮に

潜在産出量を推計することが最終的な目的ではなく、均衡実質金利のみを求めればよいのなら、潜在産出量の推計をスキップすればよい。NAIRI はそうした発想から生まれた。

NAIRI の推計式は、NAIRU 型のフィリップス曲線とラグ付きの IS 曲線を結合することによって得られる。すなわち、

$$\pi_t = \sum_i b_i \pi_{t-i} + k \cdot x_t + \varepsilon_t^\pi, \quad \sum_i b_i = 1 \quad (12.24)$$

$$x_t = \sum_i a_i x_{t-i} - s(r_t - r_t^*) + \varepsilon_t^x \quad (12.25)$$

(12.24) 式を  $x$  について解き、(12.25) 式に代入して整理すると、

$$\Delta \pi_t = \sum_i f_i \Delta \pi_{t-i} - m(r_t - r_t^*) + \varepsilon_t^{4\pi} \quad (12.26)$$

ただし、 $\varepsilon^{4\pi}$  は誤差項である。

(12.26) 式は、インフレ率と実質金利の 2 つを観察可能なデータとし、均衡実質金利を状態変数とするモデルであり、式の形から  $r^*$  がインフレ率を加速も減速もさせない実質金利になっていることがわかる。これが  $r^*$  を NAIRI と呼ぶ所以である。(12.26) 式は、(12.15) 式と同様にして、HK フィルターによって推計することができる。まず、 $(m, f_1, f_2, \dots)$  を所与として、インフレ調整済み金利の系列を算出する。

$$\tilde{r}_t \equiv r_t + \frac{(\Delta \pi_t - \sum_i f_i \Delta \pi_{t-i})}{m} \quad (12.27)$$

$\tilde{r}$  に ES フィルターを適用してトレンドを求め、これを  $r^*$  の系列と見なす。次に、この  $r^*$  を所与として、(12.25) 式を OLS 推計し、 $(m, f_1, f_2, \dots)$  を求める。このプロセスを推計値が収束するまで繰り返す。

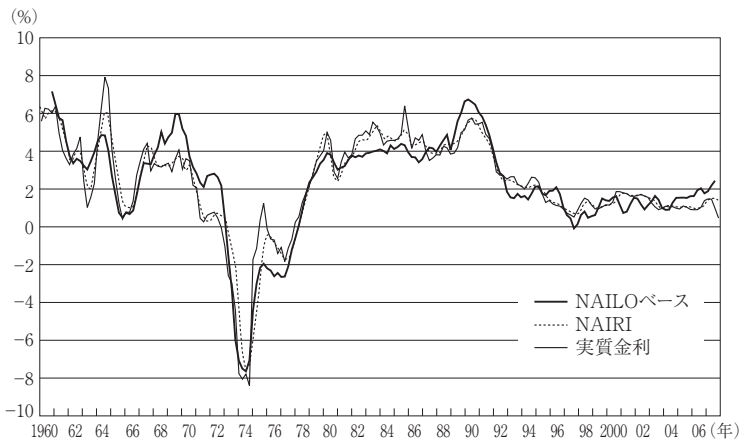
### 4.3 推計結果

HK フィルターは、HP フィルターや ES フィルターを基礎にしているので、スムーズ度の設定水準によって、均衡実質金利の推計値が異なる。スムーズ度の決定を通して、分析者がさまざまな経験を推計プロセスに反映できるといふ点は長所であるが、統計的な裏づけがなく恣意的であるという点

図表 12-5 NAILO ベース・モデルと NAIRI の推計結果

	NAILO ベース・モデル		NAIRI		
	推計値	$t$ 値	推計値	$t$ 値	
$a_1$	0.67	11.74	$f_1$	-0.61	-10.78
$a_2$	0.07	1.00	$f_2$	-0.39	-7.19
$a_3$	0.19	2.57	$m$	1.91	11.86
$a_4$	-0.26	-4.95			
$s$	0.01	12.28			
$d_1$	-0.34	-4.81			
$d_2$	-0.22	-2.97			
$d_3$	0.16	2.25			
$d_4$	-0.13	-1.80			
$k$	24.52	3.32			

図表 12-6 NAILO ベースの均衡実質金利と NAIRI



では短所でもある。そこで、第2節での分析を参考に、IS 曲線から均衡実質金利を推計する際の ES フィルターのスムーズ度を  $\tilde{\lambda}_{IS}=2$  としよう。また、フィリップス曲線から潜在産出量を推計する際の HP フィルターは  $\tilde{\lambda}_{PH}=4000$  とする。これは、需給ギャップを推計する際、できるかぎり循環成分を取りこぼさないという考えに基づいている（図表 12-1 によると、29 四半期周期の波の 90% が景気循環と見なされる）。

図表 12-5 はフィリップス曲線と IS 曲線の推計結果であり、理論的に予想される符号条件はすべて満たされている<sup>13)</sup>。また、図表 12-6 は均衡実質金利

利の推計値の推移である。NAILO ベースの均衡実質金利や NAIRI は、前節までに求めた均衡実質金利よりも振幅が大きく、ときおり、実際の実質金利よりも振幅が大きくなっている。これには、HK フィルターでは、(12.22) 式や (12.27) 式にあるとおり、需給ギャップやインフレ率による実質金利の調整項が大きな役割を果たしている。もちろん、HK フィルターのスムーズ度を大きくすれば、均衡実質金利の推計値は、振幅が小さくなり、前節までに求めた均衡実質金利に近づいていく。

## 5 構造 VAR

本節では、均衡実質金利を推計する手法として、構造 VAR と呼ばれる時系列分析からのアプローチを紹介する。第3節と第4節で紹介された手法は、フィリップス曲線や IS 曲線といった構造モデルをデータに当てはめ、そうした強い制約の下で均衡実質金利を求めるものであった。これに対し、以下に説明する構造 VAR の手法は、できるだけ緩い制約を VAR モデルに課すだけで、均衡実質金利を算出しようという試みである。

ただし、どのような制約を課するのが適切かという点について、コンセンサスがある訳ではない。また、国により、時期により、必要な制約は異なるであろう。実際、この分野の代表的文献である Brzoza-Brzezina[2003]の制約は、わが国経済にはうまく当てはまらない。そこで、本節では、Brzoza-Brzezina の制約を紹介した後、わが国のデータとマッチする代替的な制約を提案する。

### 5.1 Brzoza-Brzezina モデル

Brzoza-Brzezina[2003]は  $\Delta\pi$  と  $r$  の 2 変数 VAR モデルを考え、それらが「均衡金利ショック ( $u_1$ )」と「金融政策ショック ( $u_2$ )」の 2 つの根源的ショックによって駆動されると考える。すなわち、

---

13) 推計期間は、NAILO ベースの均衡実質金利が 1960 年第 4 四半期-2007 年第 4 四半期、NAIRI が 1960 年第 1 四半期-2008 年第 1 四半期である。使用したデータと加工方法は第 2 節と同様である。

$$\begin{pmatrix} \Delta\pi_t \\ r_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_{11}(L) & s_{12}(L) \\ s_{21}(L) & s_{22}(L) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{1t} \\ u_{2t} \end{pmatrix} \quad (12.28)$$

根源的ショックは直接観察することができないので、代わりに、次の VAR モデルを推計する。

$$\begin{pmatrix} \Delta\pi_t \\ r_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}(L) & a_{12}(L) \\ a_{21}(L) & a_{22}(L) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta\pi_{t-1} \\ r_{t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{pmatrix} \quad (12.29)$$

これを MA 表現に書き改めると、

$$\begin{pmatrix} \Delta\pi_t \\ r_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11}(L) & c_{12}(L) \\ c_{21}(L) & c_{22}(L) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{pmatrix} \quad (12.30)$$

ただし、 $A(L) = \{a_{ij}(L)\}_{i,j=1}^2$ 、 $C(L) = \{c_{ij}(L)\}_{i,j=1}^2$  とすると、 $C(L) = [I - A(L)L]^{-1}$  である。当期のショック  $\varepsilon_t$  はそのまま観察可能な変数に影響を及ぼすことに注意すると、

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_{11}(0) & s_{12}(0) \\ s_{21}(0) & s_{22}(0) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{1t} \\ u_{2t} \end{pmatrix} \quad (12.31)$$

VAR モデルのイノベーション  $\varepsilon_t = (\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t})'$  から根源的ショック  $u_t = (u_{1t}, u_{2t})'$  を復元するには、 $S(0) = \{s_{ij}(0)\}_{i,j=1}^2$  の 4 つの要素と  $u_{1t}$  と  $u_{2t}$  の分散と共分散 3 つの合計 7 つの制約が必要である。(12.31) 式から分散・共分散行列を計算すると、3 つの制約が得られる。また、標準化のために、 $u_{1t}$  と  $u_{2t}$  の分散はいずれも 1 とすると、さらに 2 つの制約が得られる。したがって、あと 2 つの制約があればよい。Brzoza-Brzezina は次の 2 つの制約を置く。

#### Brzoza-Brzezina の制約

- ①  $s_{11}(1) = 0$  : 均衡金利ショックは、長期的にインフレ水準に影響を及ぼさない。
- ②  $s_{12}(0) = 0$  : 金融政策ショックは、今期のインフレ率に影響を及ぼさない。

これらの条件のもとで  $S(0)$  を求めると、

$$\begin{aligned}
s_{11}(0) &= \sqrt{\text{var}(\varepsilon_{1t})} \\
s_{12}(0) &= 0 \\
s_{21}(0) &= -\frac{c_{11}(1)}{c_{12}(1)} \sqrt{\text{var}(\varepsilon_{1t})} \\
s_{22}(0) &= \sqrt{-2 \frac{s_{21}(0)}{s_{11}(0)} \text{cov}(\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t}) + s_{21}^2(0) + \text{var}(\varepsilon_{2t})} \quad (12.32)
\end{aligned}$$

一度  $S(0)$  が求まれば、根源的ショックを  $u_t = S(0)^{-1} \varepsilon_t$  という関係を用いて復元することができる。次に、こうして求められた  $u_t$  をもとに、 $u_t^* = (u_{1t}, 0)'$  として  $\varepsilon_t^* = S(0)u_t^*$  を求め、(12.29) 式に代入すると、均衡実質金利の系列を求めることができる。

## 5.2 Brzoza-Brzezina モデルの修正

先に述べたとおり、均衡実質金利を求める際に、どのような制約を VAR に課するのが適切かという点については、何らコンセンサスがなない。たとえば、Brzoza-Brzezina の制約についても、均衡金利ショックが物価水準に及ぼす影響が長期的にゼロである必然性はない。均衡金利の上昇に対し、政策金利の引上げが遅れば、金融が緩和する結果、物価上昇を招き、逆の政策が打たれない限り、その効果は残存してしまう。また、政策ショックが物価に影響を与えるまでには時間がかかるという仮定にしても、時と場所を選ばず当てはまる訳ではない。そこで、本稿では、次のような代替的な制約を提案する。

### 本節における制約

- ①  $s_{22}(1)=0$ ：金融政策ショックの実質金利への影響は、累積すると長期的にゼロとなる。
- ②  $s_{21}(0)=0$ ：実際の実質金利は、今期の均衡実質金利ショックに反応しない。

第1の制約は、きわめて技術的なものであり、これによって、均衡金利は実際の実質金利のほぼ中間を貫くように推移する。あるいは、そうした実質金利の一種のトレンドを均衡実質金利と定義すると言ってもよい。さらに言い換えると、この制約によって、実際の実質金利の動きを「循環」と「趨勢」に分解するのである。第2の制約は、均衡金利ショックに対する認知ラ

グをイメージしたものである。

これらの条件のもとで  $S(0)$  を求めると、

$$\begin{aligned} s_{11}(0) &= \sqrt{-2 \frac{s_{12}(0)}{s_{22}(0)} \text{cov}(\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t}) + s_{12}^2(0) + \text{var}(\varepsilon_{1t})} \\ s_{12}(0) &= -\frac{c_{22}(1)}{c_{21}(1)} \sqrt{\text{var}(\varepsilon_{2t})} \\ s_{21}(0) &= 0 \\ s_{22}(0) &= \sqrt{\text{var}(\varepsilon_{2t})} \end{aligned} \quad (12.33)$$

### 5.3 推計結果

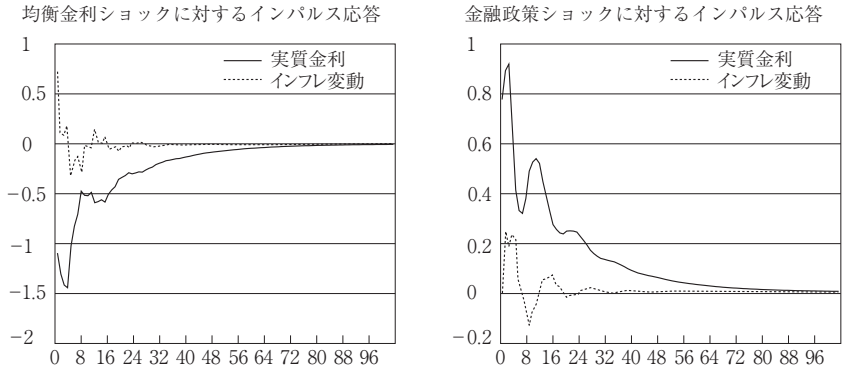
図表 12-7 は、Brzoza-Brzezina のオリジナル・モデルを用いた場合のインパルス応答関数である<sup>14)</sup>。まず、正の均衡金利ショックに対して実質金利が低下するのは、明らかに常識に反する。なぜなら、正の均衡金利ショックがあれば、中央銀行は実質金利を引き上げる方向に動くのが普通だからである。また、正の金融政策ショックに対して、インフレ率が上昇するというインパルス応答関数も理解し難い。なぜなら、正の金融政策ショックは、インフレ率を引き下げる方向に働くはずだからである。このように、Brzoza-Brzezina のオリジナル・モデルは、わが国経済を記述する上で適切とは言えない。

図表 12-8 は、本稿の修正モデルを用いた場合のインパルス応答関数を示したものである。正の均衡金利ショックが加わると、実質金利は1期間の認知ラグを経て上昇を開始する。また、その間に生じた負の金利ギャップによって、インフレ率が上昇する。一方、正の金融政策ショックが加わった場合には、実質金利が上昇すると同時に、インフレ率が下落する。このように、修正された制約の下では、インパルス応答関数が理論的な予想と合致する。なお、この場合も、サンプルを1980年代からスタートさせないと、リーズナブルな答えを得ることができなかった。

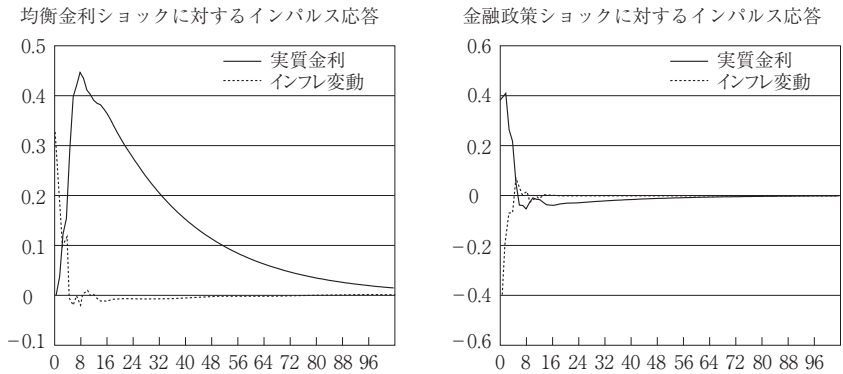
図表 12-9 は、修正された制約を用いて、わが国の均衡実質金利を算出し

14) 推計期間は、Brzoza-Brzezina モデルの場合が1961年第1四半期-2008年第1四半期、その修正モデルが1982年第3四半期-2008年第1四半期である。使用したデータと加工方法は第2節と同様である。

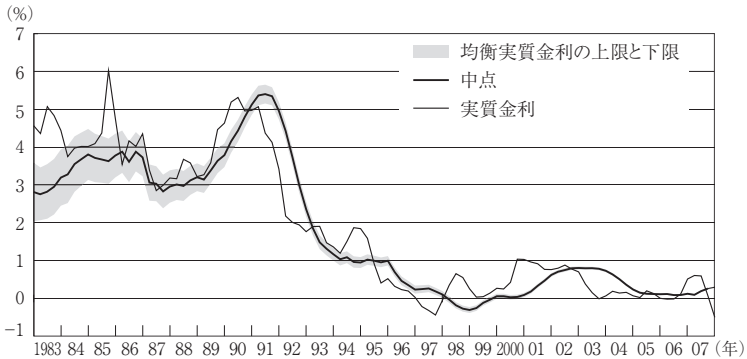
図表 12-7 Brzoza-Brzezina 制約の下でのインパルス応答関数



図表 12-8 修正 Brzoza-Brzezina 制約の下でのインパルス応答関数



図表 12-9 修正 Brzoza-Brzezina モデルによる均衡実質金利





たものである。図中、細目の実線が実際の実質金利である。シャドーがかかった領域の下限は、計測期間中に均衡実質金利ショックのみが発生した場合に得られたであろう実質金利の水準を表している。また、上限は、これに過去の均衡実質金利ショックと金融政策ショックの残存効果を加えたものである。この部分は、どれだけ均衡実質金利ショックの影響でどれだけ金融政策ショックの影響であるか、切り分けることができない不確実な領域である。

シャドーのかかった領域のなかに描かれた太目の実線は、上限と下限の midpoint を示したものであり、以降、構造 VAR の均衡実質金利という場合、具体的にはこの midpoint を指すこととする。構造 VAR から得られた均衡実質金利は、細目の実線で描かれた実際の実質金利の動きに 2 年程遅れているようにみえる。これは、均衡金利ショックに対する実質金利のインパルス応答関数のピークが均衡金利ショックの発生から 2 年後になっていることに対応している（図表 12-8）。つまり、均衡実質金利の遅れの原因は、中央銀行の認知ラグによるものである可能性が高い。

## 6 DSGE モデル

最後に、DSGE モデルによる均衡実質金利の推計例を紹介する。DSGE モデルは、ミクロ経済学的な基礎の上に構築されたマクロ計量モデルであり、内生変数がスタンダードな経済学の仮定にしたがって変動する。DSGE モデルには、いくつかの長所がある。第 1 に、経済理論を基礎としているので、内生変数の動きを経済学の言葉で翻訳しやすい。第 2 に、モデルの詳細さの程度に応じて、データの計量モデルからの乖離、すなわち、ショックがどのような要因で生じたのかを特定化することができる。第 3 に、DSGE モデルは、政策変更にともなって変化することがない「ディープ・パラメータ」によって記述されており、政策シミュレーションを行う際、「ルーカス批判」を受けることがない。

DSGE モデルでは、「価格が完全に伸縮的に変動した場合に得られる実質金利」を均衡実質金利と定義する。DSGE モデルを用いて均衡実質金利を推計した代表的な文献は Neiss and Nelson [2003] である。ただし、かれらのモ

デルは、英国経済についてカリブレーションされたものであり、わが国経済に直接当てはめるのは適当ではない。また、統計学的な評価を可能にするためにも、カリブレーションではなく、何らかの形で推計されたモデルを構築することが望ましい。

DSGE モデルの研究は、金融政策の理論家や中央銀行関係者の間で最もアクティブに研究が進められている領域であり、初期のごく単純なモデルから、徐々に複雑なモデルへと発展を遂げている。わが国でも、Sugo and Ueda [2008] など、徐々にではあるが、優れた実証モデルが出始めている。ただし、本稿の目的は DSGE モデルそのものではなく、そこから得られる均衡実質金利である。したがって、本節では、詳細な計量モデルを構築するというよりも、さまざまな DSGE モデルに共通し、かつ、日本経済を記述するのに最低限必要な要素を含んだモデルを取り扱うこととしたい。

## 6.1 標準モデル

消費を  $C$ 、貯蓄を  $S$ 、労働を  $L$ 、物価を  $P$ 、賃金を  $W$  とすると、代表的個人の最適化問題は、次のように定式化される。

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & E_{\tau} \sum_{t=\tau}^{\infty} \beta^{t-\tau} \lambda_t \left( \frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \theta_t \frac{L_t^{1+\phi}}{1+\phi} \right) \\ \text{s.t.} \quad & P_t C_t + S_t = W_t L_t + (1 + i_{t-1}) S_{t-1} \end{aligned} \quad (12.34)$$

最適化の 1 階条件を求めると、

$$\theta_t L_t^{\phi} C_t^{\sigma} = w_t \quad (12.35)$$

$$E_t \frac{\lambda_t}{\lambda_{t+1}} \left( \frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{\sigma} = \beta(1 + i_t - E_t \pi_{t+1}) \quad (12.36)$$

ただし、 $w_t$  は実質賃金  $W_t/P_t$  である。

議論を単純化するために、生産要素は労働力しかないとする。また、生産を  $Y$ 、労働生産性を  $A$  とし、線形の生産関数  $Y=AL$  を仮定する。さらに、財は消費財しかないと仮定する。このとき生産要素と財市場の均衡条件は  $Y=C$  となる。これらの関係式から  $C$  を消去し、定常値の周りで対数線形近似すると、次の連立方程式を得る。以下、 $\bar{X}$  は任意の変数  $X$  の定常値から

の乖離率を示す.

$$\hat{\theta}_t + \phi \hat{L}_t + \sigma \hat{Y}_t = \hat{w}_t \quad (12.37)$$

$$\hat{\lambda}_t - E_t \hat{\lambda}_{t+1} + \sigma E_t \hat{Y}_{t+1} - \sigma \hat{Y}_t = i_t - E_t \pi_{t+1} \quad (12.38)$$

$$\hat{Y}_t = \hat{A}_t + \hat{L}_t \quad (12.39)$$

インフレ率は、カルボ型の粘着価格モデルによって決定されるとする。また、今期のインフレ率は過去のインフレ率の影響を受けるものと考え、後者を物価インデクセーションとしてモデルに取り込む。

$$\pi_t - \gamma \pi_{t-1} = \beta (E_t \pi_{t+1} - \gamma \pi_t) + \frac{(1-\alpha\beta)(1-\alpha)}{\alpha} (\hat{w}_t - \hat{A}_t + \hat{\mu}_t) \quad (12.40)$$

ただし、 $\gamma$  はインデクセーションの程度を表すパラメータ、 $\hat{w} - \hat{A}$  は実質限界費用 (=  $W/AP$ ) の定常値からの乖離率である。また、 $\hat{\mu}$  はマークアップ率の定常値からの乖離率である。 $\alpha$  は各期に価格改定できない確率である。次に、中央銀行による金融政策を記述する方程式を加える。

$$i_t = \rho i_{t-1} + (1-\rho) \left( \phi \pi \sum_{i=0}^3 \frac{\pi_{t-i}}{4} + \phi_y \Delta_4 \hat{Y}_t \right) + \chi_t \quad (12.41)$$

ここでは、中央銀行がインフレ率（前年比ベース）と実質 GDP 成長率（前年比ベース）に反応して、政策金利を誘導すると仮定している。金融政策を記述するのにいわゆるテイラー・ルールを用いなかったのは、テイラー・ルールが実際のデータに上手く当てはまらなかったからであり、優れて実証的な問題である。

本稿では、各経済ショックを以下のような AR 過程で定義する。

$$\hat{A}_t = \rho_A \hat{A}_{t-1} + \varepsilon_{At} \quad (\text{生産性ショック}) \quad (12.42)$$

$$\hat{\theta}_t = \rho_\theta \hat{\theta}_{t-1} + \varepsilon_{\theta t} \quad (\text{労働不効用ショック}) \quad (12.43)$$

$$\hat{\lambda}_t = \rho_\lambda \hat{\lambda}_{t-1} + \varepsilon_{\lambda t} \quad (\text{需要ショック}) \quad (12.44)$$

$$\hat{\mu}_t = \rho_\mu \hat{\mu}_{t-1} + \varepsilon_{\mu t} \quad (\text{マークアップ・ショック}) \quad (12.45)$$

$$\chi_t = \rho_\chi \chi_{t-1} + \varepsilon_{\chi t} \quad (\text{金融政策ショック}) \quad (12.46)$$

均衡実質金利は、価格が完全に伸縮的である場合の実質金利である。この

場合、実質限界費用は定常状態と一致し、乖離率がゼロになる。つまり、 $\bar{w}-\bar{A}=0$ である。したがって、均衡実質金利  $r^*$  は、次の連立方程式を解くことによって求められる。

$$\hat{\theta}_t + \phi \hat{L}_t^* + \sigma \hat{Y}_t^* = \hat{w}_t^* \quad (12.47)$$

$$r_t^* = \hat{\lambda}_t - E_t \hat{\lambda}_{t+1} + \sigma E_t \hat{Y}_{t+1}^* - \sigma \hat{Y}_t^* \quad (12.48)$$

$$\hat{Y}_t^* = \hat{A}_t + \hat{L}_t^* \quad (12.49)$$

$$\hat{w}_t^* = \hat{A}_t \quad (12.50)$$

なお、 $(\bar{A}, \bar{\theta}, \bar{\lambda}, \bar{\mu}, \chi)$  については、すでに求められているので、ここで求める必要があるのは  $(\hat{L}^*, \hat{Y}^*, \hat{w}^*, r^*)$  の4変数である。

## 6.2 非自発的失業モデル

均衡実質金利を求める際、労働の不効用ショック  $\theta$  についての取り扱いが論点となりうる。ここまでの議論では、 $\theta$  の上昇によって労働時間が減少した場合、それは労働の不効用が高まった結果、労働供給が減ったと解釈される。しかし、これは仮定に過ぎず、現実は何が起こったかは別の問題である。以下に示すとおり、 $\theta$  には非自発的失業など別の解釈がありうる。この場合には、 $\theta$  の上昇が実質均衡金利を引き上げても、金融政策はそれに併せて金利を引き上げるべきではない。

いま、家計は、 $N$  だけの時間を「雇用関連活動」（つまり労働か職探し）に費やすとする。また、非自発的失業率は、 $u$  として外生的に与えられているとする。このとき、代表的個人の最適化問題は次のように定式化される。

$$\begin{aligned} \text{Max } E_\tau \sum_{t=\tau}^{\infty} \beta^{t-\tau} \lambda_t \left( \frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \xi \frac{N_t^{1+\phi}}{1+\phi} \right) \\ \text{s.t. } P_t C_t + S_t = (1-u_t) W_t N_t + (1+i_{t-1}) S_{t-1} \end{aligned} \quad (12.51)$$

ここで、実際の労働時間を先と同じく  $L$  とし、次の変数変換を行う。

$$L_t = (1-u_t) N_t \quad (12.52)$$

$$\theta_t = \xi (1-u_t)^{-1-\phi} \quad (12.53)$$

すると、この最適化問題は先の最適化問題、つまり、(12.34) 式と完全に一

致する。

さらに、(12.53) 式を対数線形近似すると、 $u = \hat{\theta}/(1+\phi)$  のように、 $\hat{\theta}$  と  $u$  の間には厳密な正の相関があることがわかる。このことは、労働の不効用の上昇と非自発的失業の上昇とを区別することができないということを示している。したがって、 $\hat{\theta}$  の上昇が  $u$  の上昇である場合には、景気が好くなったとか、成長率が上昇したと考えるべきではない。ここでは、完全雇用すなわち  $u=0$  が実現している場合に成立する実質金利をもって均衡実質金利と考える。これは、標準モデルで  $\hat{\theta}=0$  を仮定することに等しい。

### 6.3 推計結果

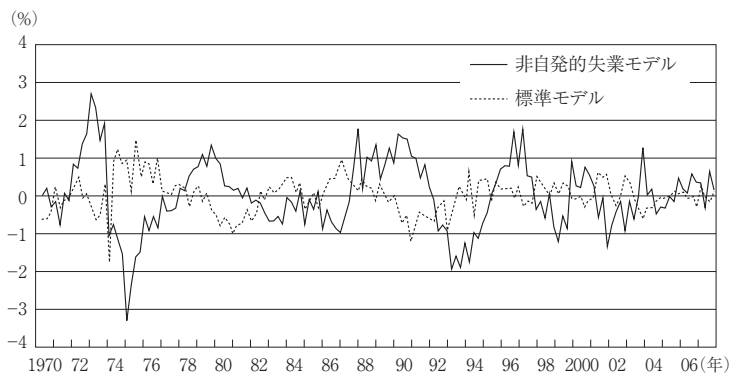
本項では、(12.37) - (12.50) 式に含まれるパラメータと構造ショックの分散をマルコフ連鎖モンテカルロと呼ばれるベイズ計量経済学の手法を用いて推計する<sup>15)</sup>。図表 12-10 はその推計結果である（なお、標準モデルと非自発的失業モデルは同じ最適化問題を解いているので、図表 12-10 の推計結果は 2 つのモデルに共通である）。図表 12-11 は、需給ギャップの推計値を描いたものである。標準モデルの需給ギャップは、資産価格バブルがピークを迎えた 1990 年に負値であるなど、通常われわれが念頭においている需給

図表 12-10 DSGE モデルの推計結果

	平均値	平均値	平均値	平均値
$\psi$	1.492	$\alpha$ 0.842	$\rho_A$ 0.852	$\sigma_A$ 0.907
$\sigma$	1.865	$\rho$ 0.198	$\rho_\theta$ 0.906	$\sigma_\theta$ 2.596
$\beta$	0.996	$\phi_\pi$ 1.775	$\rho_\lambda$ 0.908	$\sigma_\lambda$ 2.611
$\gamma$	0.312	$\phi_y$ 0.537	$\rho_\mu$ 0.842	$\sigma_\mu$ 2.035
			$\rho_x$ 0.095	$\sigma_x$ 0.799

15) 推計に用いた名目金利は無担保コールレート（オーバーナイト物）である。また、実質金利を求める際、期待インフレ率として、消費者物価指数（総合）の 1 四半期先前期比を用いた。また、実際の産出量として、実質 GDP を用いた。労働時間と実質賃金のデータは『毎月勤労統計』（従業員 30 人以上）から入手した。また、本節では、インフレ率についてはスムーズ度 20000、その他の変数についてはスムーズ度 4000 の HP フィルターを用いてトレンドを求め、それを元のデータから除去したものを用いた。均衡実質金利の推計期間は 1970 年第 2 四半期-2008 年第 1 四半期である。なお、モデルのディープ・パラメータを推計する際、サンプルを 1970 年第 2 四半期からバブル前の 1987 年第 4 四半期までに限定した。これは、1980 年代後半の資産価格バブルの時期を含めると、モデルが発散しないという DSGE モデルを推計する際の前提条件が満たされない可能性があるからである。

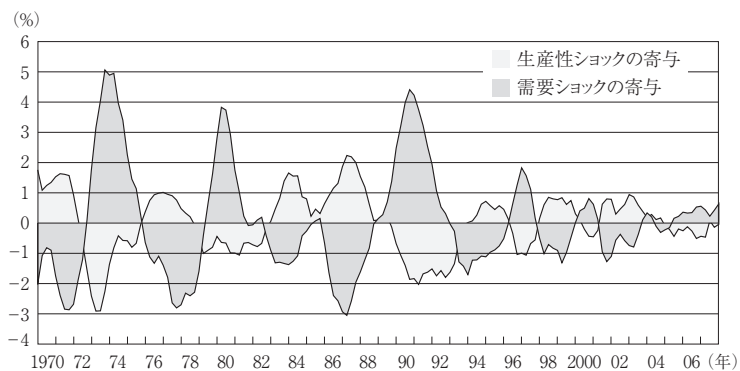
図表 12-11 DSGE モデルによる需給ギャップ



図表 12-12 DSGE モデルによる均衡実質金利



図表 12-13 各種ショックの均衡実質金利への寄与 (DSGE モデル)



ギャップとはイメージが異なる。DSGE モデルにおける「需給ギャップ」は、価格が完全に伸縮的である場合の生産量からの乖離であり、平均的な生産水準、あるいは、生産のトレンドからの乖離という前節までの「需給ギャップ」とは定義が異なる。しかし、たとえそうであっても、この需給ギャップを基準として処方される政策対応には不自然な点が多い。この点、非自発的失業モデルによる需給ギャップは、1980年代末頃の資産バブル期に大きな正の値をとっており、不自然さが解消されている。

図表 12-12 は、均衡実質金利の推計値を描いたものである（中心3期移動平均を用いて見やすくしてある）。1980年代後半から1990年代前半にかけて、非自発的失業モデルによる均衡実質金利は、標準モデルによるものよりも、激しく変動している。また、非自発的失業モデルによると、わが国の均衡実質金利は、金融システム不安が顕現化した1997年に、ゼロ%にまで急落している。図表 12-13 は、非自発的失業モデルによる均衡実質金利を生産性ショックと需要ショックの2つに寄与度分解したものであるが（中心3期移動平均）、これによると、1997年の均衡実質金利の急落は、急激な需要ショックの低下が原因である。

## 7 均衡実質金利の不確実性

均衡実質金利の推計値には、さまざまな不確実性がつきまとっている。均衡実質金利は実際に観察できない変数であり、その推移を知るためには、推計に頼らざるをえない。しかし、推計は必ず誤差をとまなうものである。しかも、問題はこれだけに止まらない。均衡実質金利の推計には、どのようなモデルを用いるかによって、結果が著しく異なるというさらに深刻な問題がある。本稿では、これを「モデル選択の不確実性」と呼ぶ。さらに、時間の経過と共に、データが改訂・追加されたり、モデルが再推計されたりするため、均衡実質金利の推計値が変化するという「リアルタイム推計」の問題がある。

わが国の均衡実質金利がどのように推移してきたのかという点は、1990年代における経済の長期低迷の原因と金融政策の役割を考える上で重要な論点である。本節では、モデル選択の不確実性とリアルタイム推計の問題とい

う2つの切り口から、均衡実質金利の推計値がどの程度不確実なものであるかを評価することとしたい。米国を対象にした先行研究（たとえば、Laubach and Williams[2003]、Clark and Kozicki[2005]）では、こうした不確実性は無視できない程に大きく、それ故に、均衡実質金利が政策決定の場で実用化されるまでには、さらなる試行錯誤が必要であるとされている。

## 7.1 負の均衡実質金利

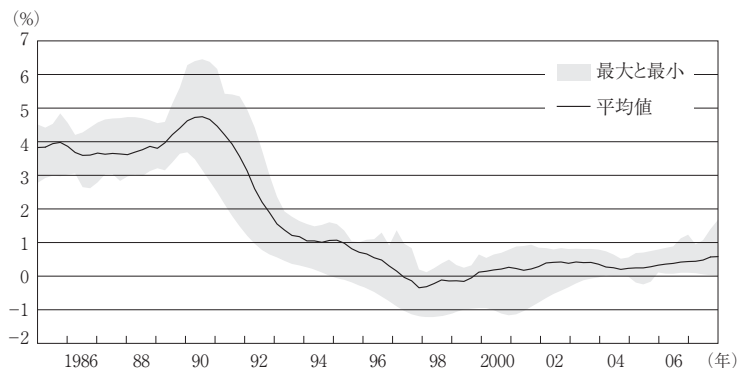
Krugman[1998]は、1990年代におけるわが国経済の長期停滞の原因とそれに対する処方箋について、次のような議論を展開した。1990年代の終わりにかけて、政策金利である無担保コールレート（オーバーナイト物）はゼロ%にまで低下した（流動性の罫）。それにもかかわらず、日本経済は景気の低迷から脱することができなかった。これは、折からのデフレ期待によって実質金利がプラスであったのに対し、均衡実質金利は負の領域に落ち込んでいたことが原因である。政策金利がほぼゼロ%であり、引き下げ余地がない状況下では、実質金利を引き下げるために、期待インフレ率を大幅に高めることが必要である（たとえば、今後15年間に4%）。そのためには、日本銀行は何が何でもインフレを引き起こそうとしていることを国民に信用させることが必要である。

正のインフレ期待を引き起こさなければならないというクルーグマンの議論の背景には、いうまでもなく1990年代後半以降におけるわが国の均衡実質金利が負になっているという想定がある。しかし、わが国の均衡実質金利が本当に負値であったのかという論点を扱った実証研究はきわめて少ない。そこで、これまでに紹介した推計例を参考に、クルーグマンの議論の基礎となっている負の均衡実質金利の可能性がどの程度高いものなのかについて考えてみよう。図表12-14のシャドーで示された領域は、これまでに推計した均衡実質金利のうち10種類を選んで、各時点の最大値と最小値を示したものである<sup>16)</sup>。また、実線は10種類の均衡実質金利の平均値である。これを

16) ここでは、BK フィルター、HP フィルター、ES フィルターに基づく均衡実質金利、Laubach-Williams モデル、Clark-Kozicki I および II モデルに基づく均衡実質金利、NAILO ベースの均衡実質金利、NAIRI、修正された構造 VAR に基づく均衡実質金利、非自発的失業を仮定した DSGE モデルによる均衡実質金利の10種類を取り上げた。



図表 12-14 さまざまな手法により推計された均衡実質金利



注) 10種類の均衡実質金利の最大、最小、平均値。10種類の均衡実質金利には、BKフィルター、HPフィルター、ESフィルターに基づく均衡実質金利、Laubach-Williamsモデル、Clark-Kozicki IおよびIIモデルに基づく均衡実質金利、NAILOベースの均衡実質金利、NAIRI修正された構造VARに基づく均衡実質金利、非自発的失業を仮定したDSGEモデルによる均衡実質金利が含まれる。

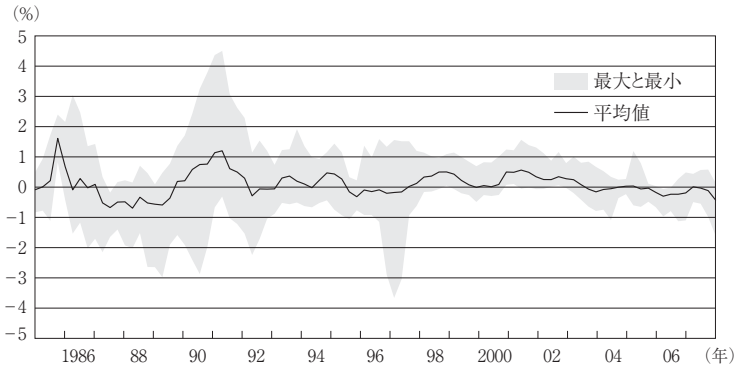
見ると、均衡実質金利は1995年頃から負の領域に突入しつつあったことがわかる。さらに仔細に見てみると、1997年から1998年にかけて、ほとんどの均衡実質金利の推計値が、程度の差はあれ、負値を記録していることがわかる。

ただし、ここでの結果は、必ずしもクルーグマンの議論をサポートする材料とはなっていないようである。Krugman[1998]では、負の均衡実質金利の原因を高齢化と労働人口の減少に求めている。仮にその議論が正しいとすれば、負の均衡実質金利は持続的な現象となるはずである。しかし、本稿の結果をみると、均衡実質金利の推計値は、その多くが、2000年代初頭に正值に転じている。このように、負の均衡実質金利は一時的な現象であった可能性を否定できない。また、たとえ均衡実質金利が負であったとしても、せいぜいマイナス1%であり、Krugman[1998] (p. 181) が想定するマイナス3-3.75%といった大幅なマイナス値と比べれば、その程度は大きくなかったと考えられる<sup>17)</sup>。

金融環境の評価を行うためには、均衡実質金利自体の水準ではなく、実際

17) Krugman[1998]への反論としては、吉川他[2000]に収録されている若月三喜雄氏のコメント、吉川洋氏の発言(コンファレンス議事録)、深尾光洋氏によるコラム等を参照されたい。

図表 12-15 さまざまな手法により推計された金利ギャップ



注) 10種類の均衡実質金利に基づく金利ギャップの最大、最小、平均値。10種類の均衡実質金利には、BK フィルター、HP フィルター、ES フィルターに基づく均衡実質金利、Laubach-Williams モデル、Clark-Kozicki I および II モデルに基づく均衡実質金利、NAILO ベースの均衡実質金利、NAIRI、修正された構造 VAR に基づく均衡実質金利、非自発的失業を仮定した DSGE モデルによる均衡実質金利が含まれる。

の実質金利と均衡実質金利の差である「金利ギャップ」を見る必要がある。金利ギャップが正なら金融引締め、負なら金融緩和となる。図表 12-15 のシャドーで示された領域は、10種類の均衡実質金利を用いて算出した金利ギャップのうち、各時点での最大値と最小値を示したものである。また、実線は得られた10種類の金利ギャップの平均値を表したものである。たとえば、均衡実質金利が負の領域に落ち込んだと見られる1990年代半の金利ギャップに注目されたい。

平均値の推移を見ると、1995年から1997年初にかけて金融は緩和状態で推移していたが、その後、1997年の後半から引締め環境に入ったようである。ただし、10種類の金利ギャップのすべてが同方向にゼロから乖離するのはきわめて稀であり、金利ギャップによる金融環境の評価は必ずしも容易ではない。これは、金融引締めと緩和のタイミングが、いずれの推計手法を用いるかによって大きく異なるのが原因である<sup>18)</sup>。

18) 金融緩和と引締めのタイミングが、10種の均衡実質金利で区々であることは、順位相関係数を算出することによって確認することができる。たとえば、「2年間で順位が変化する（順位相関がない）」という帰無仮説をスピアマンの順位相関係数を用いて検定すると（有意水準：両側5%）、1984年第3四半期-2007年第4四半期のうち、9割の期間で帰無仮説を棄却できない。

## 7.2 リアルタイム推計

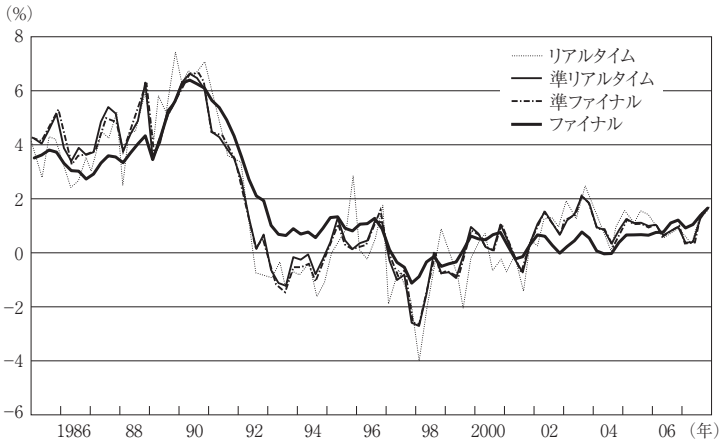
次に、均衡実質金利を推計する際のリアルタイム問題について付言しておく。リアルタイムに決定を行わなければならない中央銀行にとって、将来の経済情勢の不確実性はきわめて高いハードルである（Ahearne *et al.*[2002]、白塚他[2000]）。そうした将来の不確実性に加え、中央銀行は、現時点における経済情勢を判断する際にも、大きな不確実性にさらされている。Orphanides and van Norden[2002]は、リアルタイムに需給ギャップを推計するという文脈で、そうした不確実性の源泉を3つに分類した。第1に、データが速報値から確定値にリバイスされることによって、需給ギャップの推計値が変化する。これは「速報誤差」と呼ばれる。第2に、時間が経過し、モデルのパラメータが再推計されると、それに応じて需給ギャップの推計値が変化する。これは「モデル・パラメータの不確実性」と呼ばれる。第3に、データの末端部分ではトレンドの推計が難しいため、データが伸びるだけで需給ギャップの推計値が変化する。これは「サンプルの末端問題」と呼ばれ、Orphanides and van Norden[2002]によって、需給ギャップを推計する際に直面する最大の不確実性とされたものである<sup>19)</sup>。

こうしたリアルタイム推計から生ずる不確実性は、均衡実質金利を推計する際にも問題となる。ここでは、NAILO ベースの均衡実質金利を例にとって、リアルタイム推計の問題が、わが国の均衡実質金利を推計する際にどれ程深刻なものかを定量的に評価することとしたい<sup>20)</sup>。図表 12-16 には、4つの均衡実質金利の推移が描かれている。細点線は、「リアルタイム推計値」と呼ばれ、推計時点で利用可能なデータのみを用いて、均衡実質金利を推計したものである。細実線は、「準リアルタイム推計値」と呼ばれ、仮に最新データのうち推計したい時点までの値を予め知っていたとした場合に推計される均衡実質金利である。太点線は、「準ファイナル推計値」と呼ばれ、準リアルタイムの場合と同じデータを用いながら、モデルのパラメータは最新データから得られるものを予め知っていたとした場合に推計される均衡実質

19) わが国の需給ギャップに関するリアルタイム推計の問題については Kamada[2005]を参照。

20) 本稿で使用しているデータは、名目金利、インフレ率、実質 GDP の3つである。ここでは、実質 GDP のみが、リバイスされていくものと仮定する。もちろん、インフレ率は、基準年の変更と共に変化する可能性があるが、ここではウェイト標準時の問題はとりあえず捨象して議論をすすめることとした。

図表 12-16 リアルタイムに推計された NAILO ベースの均衡実質金利



金利である。最後に、太実線は、「ファイナル推計値」と呼ばれ、最新のデータを用いて均衡実質金利を推計したもので、図表 12-6 に示された均衡実質金利と同じものである。

図表 12-17 は、先に紹介した不確実性の 3 つの源泉の寄与を示したものである。リアルタイム推計値と準リアルタイム推計値の差は、速確誤差に対応する。準リアルタイム推計値と準ファイナル推計値の差は、モデル・パラメータの不確実性に対応する。準ファイナル推計値とファイナル推計値の差は、サンプルの末端問題に起因する。また、同図表の上段は、1984 年第 4 四半期から 2007 年第 4 四半期までの 3 つの不確実性の寄与度について、そ

図表 12-17 リアルタイム推計から生ずる誤差の要因分解

	速確誤差	パラメータの不確実性	サンプルの末端問題	全体の誤差
需給ギャップをリアルタイム推計した場合の均衡実質金利のリアルタイム推計問題	0.79	0.13	0.89	1.15
(参考) NAILO のリアルタイム推計問題	0.82	0.15	1.79	1.86
需給ギャップをファイナル推計に固定した場合の均衡実質金利のリアルタイム推計問題	—	0.11	0.37	0.40

注) 「全体の誤差」は、「ファイナル推計」と「リアルタイム推計」の間の平均 2 乗誤差の平方根であり、各要素の合計にはならない。

それぞれの大きさを平均2乗誤差の平方根で測って表にまとめたものである。図表によると、リアルタイム推計の誤差は全体で1%強に上る。誤差の内訳を見ると、サンプルの末端問題と速確誤差の寄与度が1%弱と大きかった。一方、モデル・パラメータの不確実性はほとんど問題にならない大きさであった。これは、NAILOベースの均衡実質金利を求める際に推計されるフィリップス曲線やIS曲線のパラメータが安定していることが背景にあり、他の手法を用いればモデル・パラメータの不確実性は拡大すると予想される。

均衡実質金利のリアルタイム推計問題は、需給ギャップのリアルタイム推計問題から派生している。需給ギャップのファイナル推計値を所与として、均衡実質金利をリアルタイム推計してみたところ、図表12-17の下段にあるように、誤差は全体で0.4%にまで低下する。図表12-17の中段にあるように、需給ギャップをリアルタイム推計する際、誤差の内訳で最も大きいのは、Orphanides and van Norden[2002]が米国のデータを用いて指摘したとおり、サンプルの末端問題であった（1985年第1四半期-2008年第1四半期、寄与度1.8%）。次に大きいのが速確誤差であった（同、寄与度0.8%）。このように、均衡実質金利をリアルタイムに推計する際の不確実性は、大部分が需給ギャップのサンプル末端問題と速確誤差に起因していることがわかる。

### 7.3 政策的含意

最後に、均衡実質金利を推計する際の不確実性への対処法について検討する。まず、不確実性自体を減らす工夫が必要である。それには、基礎となるGDP速報値の精度を上げる、あるいは、Kamada[2005]が提案しているように、改訂されないデータ、たとえば、『企業短期経済観測調査』（短観、日本銀行）の業況判断DIなどを用いて、需給ギャップのリアルタイム問題を軽減するといった方向がある<sup>21)</sup>。しかし、考えうるいかなる努力を払っても、あらゆる不確実性を取り払うことはできないであろう。少なくとも、現在、均衡実質金利の推計に大きな技術革新が起きているようには見えない。

21) 鉱工業生産指数は確報が公表されるタイミングが早いので、実質GDPの代替データとして利用できる。また、完全失業率も利用可能である。ただし、いずれもトレンドを持つ変数であり、ギャップを抽出する際にサンプルの末端問題を避けられない。この点、短観の業況判断DIは、それ自体が需給ギャップに対応するものであり、サンプルの末端問題の影響を受けないというメリットがある。

したがって、しばらくは、大きな不確実性を抱えたまま、均衡実質金利と向き合っていかなざるをえない。

こうした不確実性を所与として、中央銀行は金融政策をどのように運営していけばよいのだろうか。かつてヴィクセルは、景気や物価の動向を観察していれば、自然利子率を推計することは必ずしも必要ではないと主張した(Wicksell[1898])。すなわち、景気が良く、物価が上昇しているときには、金利を引き上げ、逆に、景気が悪く、物価が下落しているときには、金利を引き下げるという具合に、景気と物価をシグナルとして、試行錯誤的に政策金利を調整すれば足りるとした。ただし、こうした対応では、政策効果が現れるまでにラグがあったり、効果が持続的であったり、さらに、経済に構造変化が起こっている場合には、学習期間が長期化し、その間是非効率な政策運営を行わざるをえないという問題が生ずる。

また、Orphanides and Williams[2002]は、均衡実質金利の推計値の不確実性が大きい場合には、Brainard[1967]による「保守主義」(conservatism)の議論と同じく、慎重な政策運営を行うことが望ましいと主張した。これは、均衡実質金利の不確実性が大きい場合、推計値の変化に合わせて機械的に政策金利を変更していると、そうした政策自体がノイズとなって、金利ギャップを不安定化し、景気と物価の安定を損なう可能性があるからである。ただし、保守主義が常に政策金利不変を意味する訳ではない点には留意が必要である。経済構造が変化するなかで均衡実質金利が実際に大きく変化しているときには、政策対応の遅れが金利ギャップを変化させ、意図せざる金融環境の変化を引き起こすからである。

中央銀行は、均衡実質金利を計量モデルによって推計する際の不確実性と試行錯誤的に学習していく際の非効率性をうまくバランスさせていく必要がある。たしかに、統計精度の向上と推計手法の改善を続けることによって、均衡実質金利の不確実性を幾分なりとも削減することはできるだろう。しかし、こうした対応には限界がある。少なくとも当面は、均衡実質金利の推計値を過信しないことが重要である。均衡実質金利の推計値は、あいまいな指針に過ぎず、政策金利を設定する際の参考として利用する程度に止めるのが賢明であろう。とくに、経済が大きな構造変化に直面していると考えられるときには、幅広く情報を収集・解析し、真の均衡実質金利の大きくかつ持続

的な動きを把握することが必要であり、その確信の度合いに応じて、政策金利の調整を怠らないことが求められる。

## 8 結論

本稿では、さまざまな手法を用いてわが国の均衡実質金利を推計した。それぞれの手法は、推計の容易さ、結果の安定性、理論整合性、制約の少なさ等の点で異なっており、一長一短がある。また、実証結果が示すように、いずれのモデルに依拠するかによって、均衡実質金利の水準にはかなりの幅がある。とくに、金利ギャップを用いて政策スタンスを評価するのは容易ではない。もっとも、1997年から1998年にかけての時期、わが国の均衡実質金利がマイナスに落ち込んでいたという点は、実証的にも裏づけることができそうである。ただし、その程度はせいぜいマイナス1%であり、その持続期間は必ずしも長くない。こうした意味で、本稿の結果は、持続的で大幅な負の均衡実質金利を前提としたKrugman[1998]の議論をサポートする結果とはなっていないと考えられる。

金融政策スタンスを厳密に評価しようとする、中央銀行が、限られた情報のなかで、リアルタイムに、どの程度正確に均衡実質金利の変動を把握できていたかという論点を避けて通ることはできない。Orphanides and van Norden[2002]が指摘したリアルタイム推計の問題は、均衡実質金利を推計する際にも当然問題となってくる。本稿では、その程度をNAILOベースの均衡実質金利を例に推計してみた。その結果、速確誤差とサンプルの末端問題の寄与が大きいことがわかった。とくに、需給ギャップを推計する際のサンプルの末端問題と速確誤差から派生する不確実性が、均衡実質金利のリアルタイム推計誤差を拡大していることがわかった。

均衡実質金利の不確実性は、統計精度の向上と推計手法の改善によって、幾分は削減できるだろう。しかし、不確実性の削減にも限界がある。当面は、均衡実質金利の推計値を過信せず、参考程度の利用に止めるのが賢明であろう。この場合、中央銀行は、ある程度試行錯誤的に金融政策を運営せざるをえない。現在、日本経済は大きな構造変化のうねりのなかにいる可能性がある。中央銀行は、さまざまなアプローチとデータに基づいて、真の均衡実質

金利の大きくかつ持続的な動きを把握し、その確信の度合いに応じて、政策金利の調整を怠らないことが肝要である。

## 参考文献

- 小田信之・村永淳[2003],「自然利子率について：理論整理と計測」日本銀行ワーキングペーパーシリーズ, No. 03-J-5.
- 鎌田康一郎[2005],「わが国のインフレ中立的な実質金利：Non-Accelerating Inflation Rate of Interest (NAIRI)」(未定稿)
- 鎌田康一郎・廣瀬康生[2003],「潜在GDPとフィリップス曲線を同時推計する新手法」『金融研究』日本銀行金融研究所, 第22巻第2号, pp. 13-34.
- 齊藤誠[2007],『資産価格とマクロ経済』日本経済新聞出版社.
- 白塚重典・田口博雄・森成城[2000],「日本におけるバブル崩壊後の調整に対する政策対応——中間報告」『金融研究』日本銀行金融研究所, 第19巻第4号, pp. 87-143.
- 吉川洋・通産省産業研究所編集委員会[2000],『マクロ経済政策の課題と争点』東洋経済新報社.
- Ahearne, Alan, Joseph Gagnon, Jane Haltmaier, Steve Kamin, Christopher Erceg, Jon Faust, Luca Guerrieri, Carter Hemphill, Linda Kole, Jennifer Roush, John Rogers, Nathan Sheets, and Jonathan Wright [2002], "Preventing Deflation: Lessons from Japan's Experience in the 1990s," International Finance Discussion Papers, Board of Governors of the Federal Reserve System.
- Baxter, Marianne and Robert G. King [1999], "Measuring Business Cycles: Approximate Band-Pass Filters for Economic Time Series," *Review of Economics and Statistics*, 81(4), pp. 575-593.
- Bomfim, Antulio N. [1997], "The Equilibrium Fed Funds Rate and the Indicator Properties of Term Structure Spreads," *Economic Inquiry*, 35(4), pp. 830-846.
- Borio, Claudio and Andrew Filardo [2007], "Globalisation and Inflation: New Cross-Country Evidence on the Global Determinants of Domestic Inflation," BIS Working Papers, No. 227.
- Brainard, William [1967], "Uncertainty and the Effectiveness of Policy," *American Economic Review*, 57(2), pp. 411-425.
- Brzoza-Brzezina, Michał [2003], "Estimating the Natural Rate of Interest: A SVAR Approach," National Bank of Poland, Working Paper, 27.
- Burns, Arthur F. and Wesley C. Mitchell [1946], *Measuring Business Cycles*, New York: National Bureau of Economic Research.
- Clark, Todd E. and Sharon Kozicki [2005], "Estimating Equilibrium Real Interest Rates in Real Time," *North American Journal of Economics and Finance*, 16(3), pp. 395-413.
- Hodrick, Robert J. and Edward C. Prescott [1997], "Post-War U. S. Business Cycles: An Empirical Investigation," *Journal of Money, Credit and Banking*, 29(1), pp. 1-16.



- Kaiser, Regina and Agustín Maravall [2001], *Measuring Business Cycles in Economic Time Series*, New York: Springer-Verlag New York, Inc.
- Kamada, Koichiro [2005], "Real-Time Estimation of the Output Gap in Japan and its Usefulness for Inflation Forecasting and Policymaking," *North American Journal of Economics and Finance*, 16(3), pp. 309-332.
- King, Robert G. and Sergio T. Rebelo [1989], "Low Frequency Filtering and Real Business Cycles," Rochester Center for Economic Research Working Paper, No. 205.
- Krugman, Paul R. [1998], "It's Baaack: Japan's Slump and the Return of the Liquidity Trap," *Brookings Papers on Economic Activity*, 29(1998-2), pp. 137-206.
- Laubach, Thomas and John C. Williams [2003], "Measuring the Natural Rate of Interest," *Review of Economics and Statistics*, 85(4), pp. 1063-1070.
- Neiss, Katharine S. and Edward Nelson [2003], "The Real-Interest-Rate Gap as an Inflation Indicator," *Macroeconomic Dynamics*, 7(02), pp. 239-262.
- Orphanides, Athanasios and Simon van Norden [2002], "The Unreliability of Output-Gap Estimates in Real Time," *Review of Economics and Statistics*, 84(4), pp. 569-583.
- Orphanides, Athanasios and John C. Williams [2002], "Robust Monetary Policy Rules with Unknown Natural Rates," *Brookings Papers on Economic Activity*, 33(2002-2), pp. 63-146.
- Stock, James H. and Mark W. Watson [1998], "Median Unbiased Estimation of Coefficient Variance in a Time-Varying Parameter Model," *Journal of the American Statistical Association*, 93(441), pp. 349-358.
- Sugo, Tomohiro and Kozo Ueda [2008], "Estimating a Dynamic Stochastic General Equilibrium Model for Japan," *Journal of the Japanese and International Economies*, 22(4), pp. 476-520.
- Taylor, John B. [1993], "Discretion versus Policy Rules in Practice," *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, 39(1), pp. 195-214.
- Wicksell, J. G. Knut [1898], *Geldzins und Güterpreise, Eine Studie über die den Tauschwert des Geldes bestimmenden Ursachen*, Jena (ウィクセル著, 北野熊喜男・服部新一訳, 北野熊喜男改訳[1984], 『利子と物価』日本経済評論社).
- Woodford, Michael [2003], *Interest and Prices*, Princeton: Princeton University Press.